

DOI: 10.26794/2587-5671-2022-26-6-166-174

УДК 330.4(045)

JEL C38, C58

## Апробация усредненного метода цепных подстановок для трех- и четырехкратных и мультипликативно-кратных факторных моделей

В.Ц. Митев

Горно-геологический университет им. Св. Ивана Рильского, София, Болгария

### АННОТАЦИЯ

**Цель** настоящего исследования – представить результаты апробации методологии усредненного метода цепных подстановок для трех-, четырехкратных и мультипликативно-кратных факторных моделей и систематизировать в табличной форме все разработанные к настоящему времени математические выражения для определения влияния отдельных факторов на различные типы факторных моделей. **Актуальность** исследования обусловлена недостатками и ограниченной применимостью разработанных к настоящему времени методов детерминированного факторного анализа, являющегося одним из направлений финансово-экономического анализа. **Научная новизна** исследования заключается в выведенных автором новых математических выражениях для определения индивидуальных факторных влияний по методике усредненного метода цепных подстановок для трех- и четырехкратных и мультипликативно-кратных факторных моделей. Предыдущие и новые математические выражения усредненным методом цепных подстановок систематизированы по видам факторных моделей в табличной форме. **Основной вывод** состоит в том, что усредненный метод цепных подстановок имеет полную универсальность применения для всех типов факторных моделей и характеризуется точностью и однозначностью результатов, получаемых при количественной оценке влияния отдельных факторов.

**Ключевые слова:** детерминированный факторный анализ; математические методы; усредненный метод цепной подстановки; экономический анализ

**Для цитирования:** Митев В.Ц. Апробация усредненного метода цепных подстановок для трех- и четырехкратных и мультипликативно-кратных факторных моделей. *Финансы: теория и практика*. 2022;26(6):166-174. DOI: 10.26794/2587-5671-2022-26-6-166-174

## Approbation of the Averaged Method of Chain Substitutions for Three- and Four- Multiples and Multiplicative-Multiples Factor Models

V. Ts. Mitev

University of Mining and Geology "St. Ivan Rilski", Sofia, Bulgaria

### ABSTRACT

The **aim** of the present study is to present the results of the approbation of the methodology of the averaged method of chain substitutions for three and four-multiple and multiplicative-multiple factor models and to systematize in tabular form all mathematical expressions developed so far to determine the individual factor influences by types of factor models. The **relevance** of the research is caused by the disadvantages and the limited applicability of the methods of deterministic factor analysis developed so far, which is one of the areas of financial and economic analysis. The **scientific novelty** of the research is the new mathematical expressions developed by the author for determining the individual factor influences according to the methodology of the averaged method of chain substitutions for three and four multiple and multiplicative-multiple factor models. Previous and new mathematical expressions according to the averaged method of chain substitutions are systematized by types of factor models in tabular form. The **main conclusion** is that the averaged method of chain substitutions has complete universality of application for all types of factor models and is characterized by accuracy and unambiguity of the results obtained for quantification of individual factor influences.

**Keywords:** deterministic factor analysis; mathematical methods; averaged method of chain substitutions; economic analysis

**For citation:** Mitev V. Ts. Approbation of the averaged method of chain substitutions for three- and four-multiples and multiplicative-multiples factor models. *Finance: Theory and Practice*. 2022;26(6):166-174. DOI: 10.26794/2587-5671-2022-26-6-166-174

## ВВЕДЕНИЕ

Детерминированный факторный анализ (ДФА) является одним из направлений финансово-экономического анализа. ДФА направлен на точное и однозначное определение количественных влияний, которые оказывают изменения участвующих факторных переменных в математически детерминированных (определяемых) факторных моделях на абсолютное изменение результативного показателя.

Тип факторных моделей определяется видом математической зависимости, описывающей взаимосвязь между результативным показателем ( $P$ ) и участвующими факторными переменными ( $a, b, c, \dots$ ), называемыми многими авторами для краткости факторами.

В практике ДФА выделяют следующие типы факторных моделей:

- аддитивные —  $P = a + b + \dots$ ;
- мультипликативные —  $P = a * b * \dots$ ;

$$P = \frac{a}{b}, P = \frac{a}{\frac{b}{c}}, P = \frac{a}{\frac{b}{\frac{c}{d}}};$$

- смешанные (комбинированные) модели — представляют собой комбинацию аддитивных, мультипликативных и кратных моделей и могут быть: мультипликативно-кратными, аддитивно-кратными или аддитивно-мультипликативно-кратными моделями.

Распределение абсолютного изменения результативного показателя ( $\Delta P$ ) по факторным переменным основано на работах ряда российских и иностранных авторов, а именно: С.М. Югенбург [1], А. Хумал [2], А.Д. Шеремет [3], А.Д. Шеремет, Г.Г. Дэй и В.Н. Шаповалов [4], В.Е. Адамов [5], В. Фёдорова и Ю. Егоров [6], М.И. Баканов и А.Д. Шеремет [7], С.В. Чеботарёв [8], Н.П. Любушин [9], Н.Ш. Кремер [10], К.Н. Лебедев [11], В.А. Прокофьев, В.В. Носов, Т.В. Саломатина [12], Г.В. Савицкая [13], S.A. Ross, R.W. Westerfield и J.F. Jaffe [14], G. Foster [15], D.R. Emery, J.D. Finnerty и J.D. Stowe [16], J.J. Wild, L.A. Bernstein, K.R. Subramanyam [17], R. Brealey, S. Myers, F. Allen [18], V. Mitev [19] и другие.

В ДФА для количественной оценки влияния отдельных факторов в математически детерминированной факторной модели наиболее используются следующие методы: дифференциальный; коэффициентов; цепных подстановок; абсолютных разниц; относительных разниц; долевого участия; простого прибавления неразложимого остатка; взвешенных

конечных разностей; логарифмический; дробления приращений факторов; интегральный; индексный.

Каждый из методов ДФА имеет разработанную методологию, конкретную применимость, возможности, преимущества и недостатки. Все они подробно описаны в научной и учебной литературе в области ДФА. К сожалению, вышеперечисленные методы не решают задачи точного и однозначного распределения так называемого «неразложимого остатка» между влиянием факторных переменных.

В практике ДФА наиболее часто применяются интегральный метод и метод цепных подстановок. Сущность, методология, применимость, точность, преимущества и недостатки обоих методов подробно представлены в научной и учебной литературе.

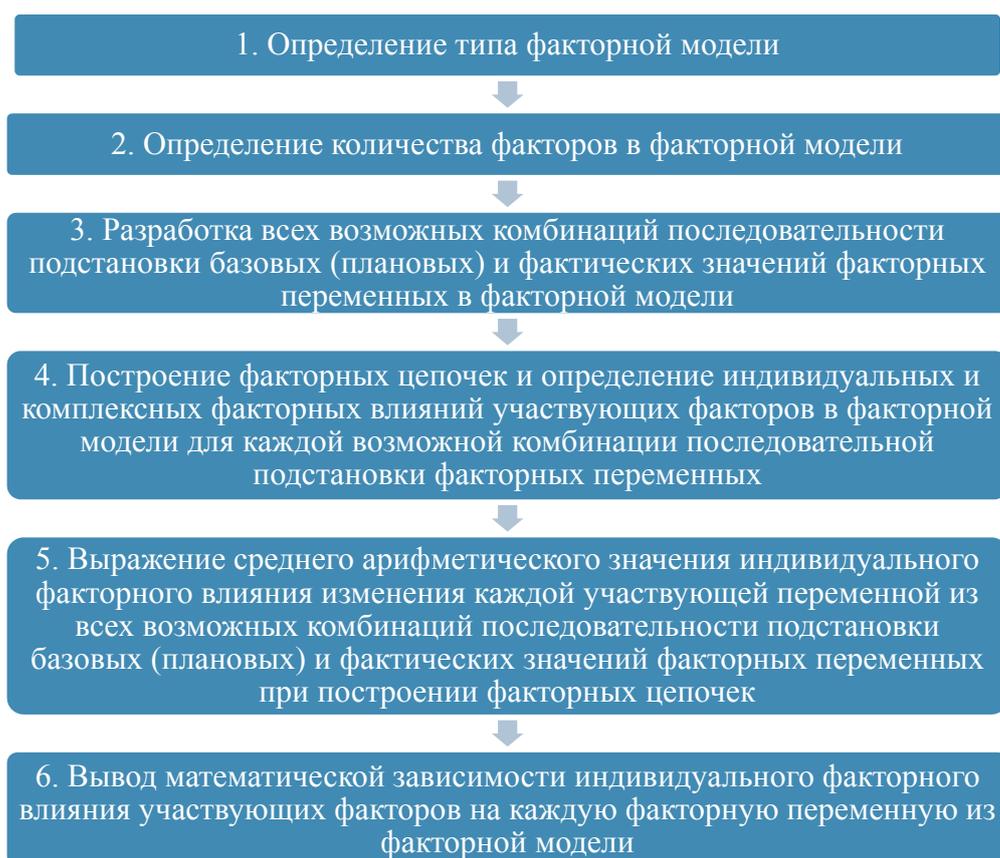
Метод цепных подстановок имеет абсолютную универсальность применения для всех возможных типов факторных моделей, но не позволяет получить точные и однозначные результаты, так как влияние отдельных факторов зависит от последовательности подстановок факторных переменных при построении факторных цепочек. Это единственный и непреодолимый недостаток метода цепных подстановок, а именно — неоднозначные результаты для индивидуальных факторных влияний при изменении порядка подстановки факторных переменных. Этот недостаток приводит к необходимости ранжирования факторных переменных, а именно: необходимо очень точно определить, какой из факторов, участвующих в факторной модели, является первичным, какой вторичным, какой третьим по порядку и т.д., что создает значительные трудности для менеджеров и финансовых аналитиков.

Интегральный метод разработан группой российских ученых — А.Д. Шеремет, Г.Г. Дэй и В.Н. Шаповаловым в 1971 г. Он был разработан для ограниченного числа типов факторных моделей, а именно: для всех мультипликативных ( $P = a * b * \dots$ ) и для ограниченного круга кратных и аддитивно-

кратных вида:  $P = \frac{a}{b}$ ;  $P = \frac{a}{b+c+\dots}$ , где  $P$  — ре-

зультирующий показатель в факторной модели;  $a, b, c$  и т.д. являются участвующими факторными переменными в факторной модели.

Как указано в работе [20, с. 97]: «В мультипликативных факторных моделях интегральный метод дает точные и однозначные результаты, но для ограниченного круга кратных и аддитивно-кратных моделей точность результатов скомпрометирована использованием функции натурального логарифма в математические выражения для определения влияния фактора  $a$ , т.е. фактора



*Рис. / Fig.* Этапы методологии усредненного метода цепных подстановок / Stages of the averaged method of chain substitutions

*Источник / Source:* Mitev V. [20].

в числителе факторной модели, а в последующем определить влияние других факторов в факторных моделях ( $b, c, \dots$ ), поскольку они являются функцией уже не очень четко определенного влияния фактора  $a$ ».

В двух предыдущих статьях на болгарском языке [20, 21] представлена методология, сущность, преимущества, недостатки и результаты разработанного нового метода ДФА, а именно: «Усредненный метод цепных подстановок». Он имеет абсолютную универсальность применения для всех типов факторных моделей, точность и однозначность результатов, полученных для количественной оценки индивидуального факторного влияния факторов, участвующих в факторных моделях.

Цели настоящего исследования — представить результаты апробации методологии усредненного метода цепных подстановок для трех-, четырехкратных и мультипликативно-кратных факторных моделей и систематизировать в табличной форме все разработанные к настоящему времени математические выражения для определения влияния отдельных факторов в различные типы факторных моделей.

### МЕТОДЫ ИССЛЕДОВАНИЯ И МЕТОДОЛОГИЯ УСРЕДНЕННОГО МЕТОДА ЦЕПНЫХ ПОДСТАНОВОК

В ходе исследования использовались следующие методы: критический анализ; синтез; диалектический метод; комбинаторика; метод усреднения; усредненный метод цепных подстановок.

Основные этапы методологии усредненного метода цепных подстановок представлены на *рисунке*.

Сущность методики усредненного метода цепных подстановок основана на выводе всех математических выражений для определения влияния отдельных факторов методом цепных подстановок для каждого возможного сочетания последовательности подстановки базовых (плановых) и фактических величин факторных переменных в анализируемой факторной модели. Количество возможных комбинаций равно  $N = n!$ , где  $n$  — количество участвующих факторных переменных в факторной модели. Полученные математические выражения для влияния отдельных факторов усредняются по мере их суммирования и деления на число возможных комбинаций последовательности подстановки

Таблица 1 / Table 1

**Новые формулы для определения влияний отдельных факторов усредненным методом цепных подстановок / New formulas for determining the individual factor influences by the averaged method of chain substitutions**

Factor model	Influence of the factor <i>a</i> , $\Delta P_{(a)}$	Influence of the factor <i>b</i> , $\Delta P_{(b)}$	Influence of the factor <i>c</i> , $\Delta P_{(c)}$	Influence of the factor <i>d</i> , $\Delta P_{(d)}$
<i>Multiple (relative) factor models</i>				
$P = \frac{a}{b} = \frac{a * c}{b}$	$\frac{\Delta a}{6} \left( \frac{2c_0 + c_1}{b_0} + \frac{2c_1 + c_0}{b_1} \right)$	$\frac{1}{6} \left( \frac{2(a_1c_1 + a_0c_0) + a_1c_0 + a_0c_1}{b_1} - \frac{2(a_1c_1 + a_0c_0) + a_1c_0 + a_0c_1}{b_0} \right)$	$\frac{\Delta c}{6} \left( \frac{2a_0 + a_1}{b_0} + \frac{2a_1 + a_0}{b_1} \right)$	-
$P = \frac{a}{c} = \frac{a}{b * c}$	$\frac{1}{6} \left( \frac{2\Delta a}{b_0c_0} + \frac{2\Delta a}{b_1c_1} + \frac{\Delta a}{b_1c_0} + \frac{\Delta a}{b_0c_1} \right)$	$\frac{1}{6} \left( \frac{2a_1 + a_0}{b_1c_1} - \frac{2a_0 + a_1}{b_0c_0} + \frac{2a_0 + a_1}{b_1c_0} - \frac{2a_1 + a_0}{b_0c_1} \right)$	$\frac{1}{6} \left( \frac{2a_1 + a_0}{b_1c_1} - \frac{2a_0 + a_1}{b_0c_0} + \frac{2a_0 + a_1}{b_0c_1} - \frac{2a_1 + a_0}{b_1c_0} \right)$	-
$P = \frac{a}{d} = \frac{a * d}{b * c}$	$\frac{\Delta a}{12} \left( \frac{3d_0 + d_1}{b_1c_0} + \frac{3d_1 + d_0}{b_1c_1} + \frac{d_0 + d_1}{b_0c_1} + \frac{d_0 + d_1}{b_1c_0} \right)$	$\frac{1}{12} \left( \frac{3a_1d_1 + a_0d_0 + a_1d_0 + a_0d_1}{b_1c_1} - \frac{3a_0d_0 + a_1d_1 + a_1d_0 + a_0d_1}{b_0c_0} + \frac{3a_0d_0 + a_1d_1 + a_1d_0 + a_0d_1}{b_1c_0} - \frac{3a_1d_1 + a_0d_0 + a_1d_0 + a_0d_1}{b_0c_1} \right)$	$\frac{1}{12} \left( \frac{3a_1d_1 + a_0d_0 + a_1d_0 + a_0d_1}{b_1c_1} - \frac{3a_0d_0 + a_1d_1 + a_1d_0 + a_0d_1}{b_0c_0} + \frac{3a_0d_0 + a_1d_1 + a_1d_0 + a_0d_1}{b_0c_1} - \frac{3a_1d_1 + a_0d_0 + a_1d_0 + a_0d_1}{b_1c_0} \right)$	$\frac{\Delta d}{12} \left( \frac{3a_0 + a_1}{b_1c_0} + \frac{3a_1 + a_0}{b_1c_1} + \frac{a_0 + a_1}{b_0c_1} + \frac{a_0 + a_1}{b_1c_0} \right)$
<i>Multiplicative-multiple models</i>				
$P = \frac{a * b}{c}$	$\frac{\Delta a}{6} \left( \frac{2b_0 + b_1}{c_0} + \frac{2b_1 + b_0}{c_1} \right)$	$\frac{\Delta b}{6} \left( \frac{2a_0 + a_1}{c_0} + \frac{2a_1 + a_0}{c_1} \right)$	$\frac{1}{6} \left( \frac{2(a_1b_1 + a_0b_0) + a_1b_0 + a_0b_1}{c_1} - \frac{2(a_1b_1 + a_0b_0) + a_1b_0 + a_0b_1}{c_0} \right)$	-
$P = \frac{a * b * c}{d}$	$\frac{\Delta a}{12} \left( \frac{3b_0c_0 + b_1c_0 + b_0c_1 + b_1c_1}{d_1} + \frac{d_0}{3b_1c_1 + b_1c_0 + b_0c_1 + b_0c_0} \right)$	$\frac{\Delta b}{12} \left( \frac{3a_0c_0 + a_1c_0 + a_0c_1 + a_1c_1}{d_1} + \frac{d_0}{3a_1c_1 + a_1c_0 + a_0c_1 + a_0c_0} \right)$	$\frac{\Delta c}{12} \left( \frac{3a_0b_0 + a_1b_0 + a_0b_1 + a_1b_1}{d_1} + \frac{d_0}{3a_1b_1 + a_1b_0 + a_0b_1 + a_0b_0} \right)$	$\frac{1}{12} \left( \frac{3(a_0b_0c_0 + a_1b_1c_1) + a_1b_1c_0 + a_1b_0c_1 + a_1b_0c_0 + a_0b_1c_1 + a_0b_1c_0 + a_0b_0c_1}{d_1} + \frac{3(a_0b_0c_0 + a_1b_1c_1) + a_1b_1c_0 + a_1b_0c_1 + a_1b_0c_0 + a_0b_1c_1 + a_0b_1c_0 + a_0b_0c_1}{d_0} \right)$

Источник / Source: авторская разработка / author's development.

факторных переменных ( $N = n!$ ). Полученное математическое выражение для влияния отдельного фактора подвергают математическим преобразованиям и редукциям путем вывода упрощенных аналитических зависимостей для количественного определения влияния переменной фактора на абсолютное изменение результативного показателя. Эта процедура применяется к каждой факторной переменной анализируемой факторной модели.

Усреднение полученных математических выражений для определения влияния отдельных факторов методом цепных подстановок для каждой возможной комбинации порядка замещения факторных переменных в факторной модели означает, что вероятность появления каждой возможной последовательности подстановок факторных переменных — то же самое. Здесь мы получаем результат, допускающий одинаковую вероятность появления каждой возможной комбинации последовательности подстановки факторов при построении факторных цепей. Нет необходимости ранжировать факторы, участвующие в факторной модели, в итоге получаются однозначные результаты для факторных влияний.

Предположение усредненного метода цепных подстановок состоит в следующем. Анализируемый период рассматривается дискретно, т.е. в два момента  $T_0$  и  $T_1$  (начало базового или планового

периода и конец отчетного периода), причем изменение факторных переменных в течение периода  $T_0 - T_1$  происходит одновременно, т.е. результирующий показатель ( $P$ ) в интервале его изменения ( $\Delta P = P_1 - P_0$ ) изменяется с постоянной скоростью, т.е. прямолинейно. Это допущение аналогично интегральному методу, третьему варианту метода простого добавления неразложимого остатка и методу взвешенных конечных разностей.

**АПРОБАЦИЯ УСРЕДНЕННОГО МЕТОДА ЦЕПНЫХ ПОДСТАНОВОК ДЛЯ ТРЕХ- И ЧЕТЫРЕХКРАТНЫХ И МУЛЬТИПЛИКАТИВНО-КРАТНЫХ ФАКТОРНЫХ МОДЕЛЕЙ**

В табл. 1 представлены полученные новые математические выражения для определения влияния отдельных факторов по методике усредненного метода цепных подстановок для трех- и четырехкратных и мультипликативно-кратных моделей.

При определении математических выражений для индивидуальных факторных влияний в трех- и четырехкратных факторных моделях необходимо привести факторную модель к упрощенной форме мультипликативно-кратной факторной модели, как показано в первых трех строках первого столбца табл. 1. В противном случае прямое применение усредненного



Окончание таблицы 2 / Table 2 (continued)

Factor model	Influence of the factor $a$ , $\Delta P(a)$	Influence of the factor $b$ , $\Delta P(b)$	Influence of the factor $c$ , $\Delta P(c)$	Influence of the factor $d$ , $\Delta P(d)$
<i>Multiplicative-multiple models</i>				
$P = \frac{a}{b+c}$	$\frac{1}{6} \left( \frac{2\Delta a}{b_0+c_0} + \frac{2\Delta a}{b_1+c_1} + \frac{\Delta a}{b_1+c_0} + \frac{\Delta a}{b_0+c_1} \right)$	$\frac{1}{6} \left( \frac{2a_1+a_0}{b_1+c_1} + \frac{2a_0+a_1}{b_1+c_0} - \frac{2a_1+a_0}{b_0+c_1} - \frac{2a_0+a_1}{b_0+c_0} \right)$	$\frac{1}{6} \left( \frac{2a_1+a_0}{b_1+c_1} + \frac{2a_0+a_1}{b_0+c_1} - \frac{2a_1+a_0}{b_1+c_0} - \frac{2a_0+a_1}{b_0+c_0} \right)$	-
$P = \frac{a}{b-c}$	$\frac{1}{6} \left( \frac{2\Delta a}{b_0-c_0} + \frac{2\Delta a}{b_1-c_1} + \frac{\Delta a}{b_1-c_0} + \frac{\Delta a}{b_0-c_1} \right)$	$\frac{1}{6} \left( \frac{2a_1+a_0}{b_1-c_1} + \frac{2a_0+a_1}{b_1-c_0} - \frac{2a_1+a_0}{b_0-c_1} - \frac{2a_0+a_1}{b_0-c_0} \right)$	$\frac{1}{6} \left( \frac{2a_1+a_0}{b_1-c_1} + \frac{2a_0+a_1}{b_0-c_1} - \frac{2a_1+a_0}{b_1-c_0} - \frac{2a_0+a_1}{b_0-c_0} \right)$	-
$P = \frac{a+b}{c}$	$\frac{1}{2} \left( \frac{\Delta a}{c_0} + \frac{\Delta a}{c_1} \right)$	$\frac{1}{2} \left( \frac{\Delta b}{c_0} + \frac{\Delta b}{c_1} \right)$	$\frac{1}{2} \left( \frac{a_1+a_0+b_1+b_0}{c_1} - \frac{a_1+a_0+b_1+b_0}{c_0} \right)$	-
$P = \frac{a-b}{c}$	$\frac{1}{2} \left( \frac{\Delta a}{c_0} + \frac{\Delta a}{c_1} \right)$	$\frac{1}{2} \left( \frac{b_0-b_1}{c_0} + \frac{b_0-b_1}{c_1} \right)$	$\frac{1}{2} \left( \frac{a_1+a_0-b_1-b_0}{c_1} + \frac{a_1+a_0-b_1-b_0}{c_0} \right)$	-
$P = \frac{a+b}{c+d}$	$\frac{1}{6} \left( \frac{2\Delta a}{c_0+d_0} + \frac{2\Delta a}{c_1+d_1} + \frac{\Delta a}{c_0+d_1} + \frac{\Delta a}{c_1+d_0} \right)$	$\frac{1}{6} \left( \frac{2\Delta b}{c_0+d_0} + \frac{2\Delta b}{c_1+d_1} + \frac{\Delta b}{c_0+d_1} + \frac{\Delta b}{c_1+d_0} \right)$	$\frac{1}{6} \left( \frac{2(a_1+b_1)+(a_0+b_0)}{c_1+d_1} - \frac{2(a_0+b_0)+(a_1+b_1)}{c_0+d_0} + \frac{2(a_0+b_0)+(a_1+b_1)}{c_0+d_1} - \frac{2(a_1+b_1)+(a_0+b_0)}{c_1+d_0} \right)$	$\frac{1}{6} \left( \frac{2(a_1+b_1)+(a_0+b_0)}{c_1+d_1} - \frac{2(a_0+b_0)+(a_1+b_1)}{c_0+d_0} + \frac{2(a_0+b_0)+(a_1+b_1)}{c_0+d_1} - \frac{2(a_1+b_1)+(a_0+b_0)}{c_1+d_0} \right)$
$P = \frac{a-b}{c-d}$	$\frac{1}{6} \left( \frac{2\Delta a}{c_0-d_0} + \frac{2\Delta a}{c_1-d_1} + \frac{\Delta a}{c_0-d_1} + \frac{\Delta a}{c_1-d_0} \right)$	$-\frac{1}{6} \left( \frac{2\Delta b}{c_0-d_0} + \frac{2\Delta b}{c_1-d_1} + \frac{\Delta b}{c_0-d_1} + \frac{\Delta b}{c_1-d_0} \right)$	$\frac{1}{6} \left( \frac{2(a_1-b_1)+(a_0-b_0)}{c_1-d_1} - \frac{2(a_0-b_0)+(a_1-b_1)}{c_0-d_0} + \frac{2(a_0-b_0)+(a_1-b_1)}{c_0-d_1} - \frac{2(a_1-b_1)+(a_0-b_0)}{c_1-d_0} \right)$	$\frac{1}{6} \left( \frac{2(a_1-b_1)+(a_0-b_0)}{c_1-d_1} - \frac{2(a_0-b_0)+(a_1-b_1)}{c_0-d_0} + \frac{2(a_0-b_0)+(a_1-b_1)}{c_0-d_1} - \frac{2(a_1-b_1)+(a_0-b_0)}{c_1-d_0} \right)$
$P = \frac{a+b}{c-d}$	$\frac{1}{6} \left( \frac{2\Delta a}{c_0-d_0} + \frac{2\Delta a}{c_1-d_1} + \frac{\Delta a}{c_0-d_1} + \frac{\Delta a}{c_1-d_0} \right)$	$\frac{1}{6} \left( \frac{2\Delta b}{c_0-d_0} + \frac{2\Delta b}{c_1-d_1} + \frac{\Delta b}{c_0-d_1} + \frac{\Delta b}{c_1-d_0} \right)$	$\frac{1}{6} \left( \frac{2(a_1+b_1)+(a_0+b_0)}{c_1-d_1} - \frac{2(a_0+b_0)+(a_1+b_1)}{c_0-d_0} + \frac{2(a_0+b_0)+(a_1+b_1)}{c_0-d_1} - \frac{2(a_1+b_1)+(a_0+b_0)}{c_1-d_0} \right)$	$\frac{1}{6} \left( \frac{2(a_1+b_1)+(a_0+b_0)}{c_1-d_1} - \frac{2(a_0+b_0)+(a_1+b_1)}{c_0-d_0} + \frac{2(a_0+b_0)+(a_1+b_1)}{c_0-d_1} - \frac{2(a_1+b_1)+(a_0+b_0)}{c_1-d_0} \right)$
$P = \frac{a-b}{c+d}$	$\frac{1}{6} \left( \frac{2\Delta a}{c_0+d_0} + \frac{2\Delta a}{c_1+d_1} + \frac{\Delta a}{c_0+d_1} + \frac{\Delta a}{c_1+d_0} \right)$	$\frac{1}{6} \left( \frac{2\Delta b}{c_0+d_0} + \frac{2\Delta b}{c_1+d_1} + \frac{\Delta b}{c_0+d_1} + \frac{\Delta b}{c_1+d_0} \right)$	$\frac{1}{6} \left( \frac{2(a_1-b_1)+(a_0-b_0)}{c_1+d_1} - \frac{2(a_0-b_0)+(a_1-b_1)}{c_0+d_0} + \frac{2(a_0-b_0)+(a_1-b_1)}{c_0+d_1} - \frac{2(a_1-b_1)+(a_0-b_0)}{c_1+d_0} \right)$	$\frac{1}{6} \left( \frac{2(a_1-b_1)+(a_0-b_0)}{c_1+d_1} - \frac{2(a_0-b_0)+(a_1-b_1)}{c_0+d_0} + \frac{2(a_0-b_0)+(a_1-b_1)}{c_0+d_1} - \frac{2(a_1-b_1)+(a_0-b_0)}{c_1+d_0} \right)$
$P = \frac{a}{b+c+d}$	$\frac{\Delta a}{12} \left( \frac{3}{b_0+c_0+d_0} + \frac{3}{b_1+c_1+d_1} + \frac{1}{b_1+c_0+d_0} + \frac{1}{b_1+c_1+d_0} + \frac{1}{b_0+c_1+d_1} + \frac{1}{b_0+c_0+d_1} \right)$	$\frac{1}{12} \left( \frac{3a_1+a_0}{b_1+c_1+d_1} - \frac{3a_1+a_0}{b_0+c_1+d_1} + \frac{3a_0+a_1}{b_1+c_0+d_0} - \frac{3a_0+a_1}{b_0+c_0+d_0} + \frac{a_0+a_1}{a_0+a_1} - \frac{a_0+a_1}{a_0+a_1} + \frac{b_1+c_1+d_0}{a_0+a_1} - \frac{b_0+c_1+d_0}{a_0+a_1} + \frac{b_1+c_0+d_1}{a_0+a_1} - \frac{b_0+c_0+d_1}{a_0+a_1} \right)$	$\frac{1}{12} \left( \frac{3a_1+a_0}{b_1+c_1+d_1} - \frac{3a_0+a_1}{b_0+c_0+d_0} + \frac{3a_1+a_0}{b_1+c_0+d_0} - \frac{3a_0+a_1}{b_1+c_1+d_0} + \frac{a_0+a_1}{a_0+a_1} - \frac{a_0+a_1}{a_0+a_1} + \frac{b_1+c_1+d_0}{a_0+a_1} - \frac{b_1+c_0+d_0}{a_0+a_1} + \frac{b_1+c_0+d_1}{a_0+a_1} - \frac{b_0+c_0+d_1}{a_0+a_1} \right)$	$\frac{1}{12} \left( \frac{3a_1+a_0}{b_1+c_1+d_1} - \frac{3a_0+a_1}{b_0+c_0+d_0} + \frac{3a_1+a_0}{b_1+c_0+d_0} - \frac{3a_0+a_1}{b_1+c_1+d_0} + \frac{a_0+a_1}{a_0+a_1} - \frac{a_0+a_1}{a_0+a_1} + \frac{b_1+c_1+d_0}{a_0+a_1} - \frac{b_0+c_1+d_0}{a_0+a_1} + \frac{b_1+c_0+d_1}{a_0+a_1} - \frac{b_0+c_0+d_1}{a_0+a_1} \right)$
$P = \frac{a+b+c}{d}$	$\frac{1}{2} \left( \frac{\Delta a}{d_0} + \frac{\Delta a}{d_1} \right)$	$\frac{1}{2} \left( \frac{\Delta b}{d_0} + \frac{\Delta b}{d_1} \right)$	$\frac{1}{2} \left( \frac{\Delta c}{d_0} + \frac{\Delta c}{d_1} \right)$	$\frac{1}{2} \left( \frac{a_1+a_0+b_1+b_0+c_1+c_0}{d_1} - \frac{a_1+a_0+b_1+b_0+c_1+c_0}{d_0} \right)$

Источник / Source: авторская разработка / author's development.

### СИСТЕМАТИЗАЦИЯ ФАКТОРНЫХ МОДЕЛЕЙ И ПОЛУЧЕННЫХ МАТЕМАТИЧЕСКИХ ВЫРАЖЕНИЙ О ФАКТОРНЫХ ВЛИЯНИЯХ УСРЕДНЕННЫМ МЕТОДОМ ЦЕПНЫХ ПОДСТАНОвок

В табл. 2 представлена в табличной форме систематизация факторных моделей и выведенных к настоящему времени формул для

определения влияния отдельных факторов усредненным методом цепных подстановок. Систематизация выполнена по видам факторных моделей, а именно: мультипликативные; кратные; мультипликативно-кратные и аддитивно-кратные.

Из табл. 2 видно, что для факторных моделей, содержащих более двух факторных переменных, получаемые математические выражения

для определения влияния отдельных факторов усредненным методом цепных подстановок существенно усложняются, т.е. по мере увеличения числа факторных переменных ( $n$ ) усложняются и математические выражения для определения влияния отдельных факторов. Этот недостаток метода легко преодолевается использованием заранее разработанных шаблонов в электронных таблицах или в среде MS Excel.

### ВЫВОДЫ

Усредненный метод цепных подстановок обладает универсальностью метода цепных подстановок и характеризуется точностью, достигаемой интегральным методом в мультипликативных факторных моделях, для которых оба метода дают одинаковые результаты. Усредненный метод цепных подстановок обладает абсолютной точностью в отличие от интегрального метода в ограниченном диапазоне разработанных для него кратных и аддитивно-кратных моделей. Поэтому разработанный метод характеризуется следующими преимуществами перед другими методами ДФА, а именно: полная универсальность типов факторных моделей, точность и однозначность полученных результатов.

Представленные в *табл. 2* математические выражения для определения влияния отдельных факторов для мультипликативной, кратной, аддитивно-кратной и мультипликативно-кратной факторных моделей, составленных из двух-, трех- и четырехфакторных переменных, характеризуются точностью, однозначностью и существенно

расширяют практическую применимость усредненного метода цепных подстановок в практике финансово-экономического анализа.

Методология усредненного метода цепных подстановок также может быть использована для определения влияния отдельных факторов и в более сложных факторных моделях, описывающих взаимосвязь между участвующими факторными переменными и результативным показателем. Безусловно, увеличение количества факторных переменных в факторной модели приводит к увеличению числа комбинаций последовательности подстановок базовых (плановых) и фактических значений факторных переменных при построении факторных цепочек и последующем определении влияния индивидуальных факторов. Это существенно усложняет, но не делает практически невозможным вывод математических выражений для влияний индивидуальных факторов на изменение результативного показателя в пяти и более факторных моделях, но это очень трудоемкий процесс, который приведет к более сложным математическим выражениям для определения влияний индивидуальных факторов. Это единственный, хотя и непреодолимый недостаток усредненного метода цепных подстановок.

Методика усредненного метода цепных подстановок может быть легко применена для получения математических выражений для количественного определения влияния индивидуальных факторов на изменение результативного показателя и для других смешанных факторных моделей, не представленных в *табл. 2*.

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Югенбург С.М. О разложении абсолютных приростов по факторам. Ученые записки по статистике. Т. 1. М.: АН СССР; 1955:66–83.
2. Хумал А. Разделение прироста производства. Ученые записки по статистике. Т. 8. М.: АН СССР; 1964:206–212.
3. Шеремет А.Д. Теория экономического анализа. М.: Инфра-М; 2002. 332 с.
4. Шеремет А.Д., Дэй Г.Г., Шаповалов В.Н. Метод цепных подстановок и совершенствование факторного анализа экономических показателей. *Вестник Московского университета. Серия 6: Экономика*. 1971;(4):62–69.
5. Адамов В.Е. Факторный индексный анализ (Методика и проблемы). М.: Политиздат; 1977. 200 с.
6. Фёдорова В., Егоров Ю. К вопросу о разложении прироста на факторы. *Вестник статистики*. 1977;(5):71–73.
7. Баканов М.И., Шеремет А.Д. Теория экономического анализа. М.: Финансы и статистика; 2001. 416 с.
8. Чеботарёв С.В. Метод Лагранжа и теорема Бюдана-Фурье в экономическом факторном анализе. *Системы управления и информационные технологии*. 2003;(1–2):30–35.
9. Любушин Н.П. Анализ финансово-экономической деятельности предприятия. М.: Юнити-Дана; 2009. 471 с.

10. Кремер Н. Ш., ред. Высшая математика для экономических специальностей (в 2-х ч.). М.: Высшее образование; 2005. 893 с.
11. Лебедев К. Н. Проблемы факторного анализа (проблемы науки «экономический анализ»). *ЭТАП: экономическая теория, анализ, практика*. 2012;(3):4–13.
12. Прокофьев В. А., Носов В. В., Саломатина Т. В. Предпосылки и условия развития детерминированного факторного анализа (проблемы науки «экономический анализ»). *ЭТАП: экономическая теория, анализ, практика*. 2014;(4):134–144.
13. Савицкая Г. В. Теория анализа хозяйственной деятельности. М.: Инфра-М; 2012. 288 с.
14. Ross S. A., Westerfield R. W., Jaffe J. F. Corporate finance. 2<sup>nd</sup> ed. Homewood, IL: Irwin; 1990. 833 p.
15. Foster G. Financial statement analysis. Englewood Cliffs, NJ: Prentice-Hall; 1996. 704 p.
16. Emery D. R., Finnerty J. D., Stowe J. D. Corporate financial management. 2<sup>nd</sup> ed. Englewood Cliffs, NJ: Prentice-Hall; 2004. 825 p.
17. Wild J. J., Bernstein L. A., Subramanyam K. R. Financial statement analysis. 7<sup>th</sup> ed. New York: McGraw-Hill/Irwin; 2001. 1040 p.
18. Brealey R., Myers S. C., Allen F. Corporate finance. New York: McGraw-Hill/Irwin; 2006. 969 p.
19. Mitev V. The method of chain substitutions – practical application in financial business analysis: Advantages and shortcomings. *Annual of University of Mining and Geology “St. Ivan Rilski”*. 2008;51(Pt.4):45–48. (На болг.).
20. Mitev V. Averaged chain substitution method. *Ikonomiceski i Sotsialni Alternativi = Economic and Social Alternatives*. 2020;(4):90–100. (На болг.). DOI: 10.37075/ISA.2020.4.09
21. Mitev V. Averaged chain substitution method – applicability, advantages, and disadvantages. *Ikonomiceski i Sotsialni Alternativi = Economic and Social Alternatives*. 2021;(2):127–138. (На болг.). DOI: 10.37075/ISA.2021.2.08

## REFERENCES

1. Yugenburg S. M. On the expansion of absolute increments by factors. In: Scientific notes on statistics. Vol. 1. Moscow: USSR Academy of Sciences; 1955:66–83. (In Russ.).
2. Humal A. The division of the multiplication increase. In: Scientific notes on statistics. Vol. 8. Moscow: USSR Academy of Sciences; 1964:206–212. (In Russ.).
3. Sheremet A. D. Theory of economic analysis. Moscow: Infra-M; 2002. 332 p. (In Russ.).
4. Sheremet A. D., Dei G. G., Shapovalov V. N. Chain substitution method and improvement of factor analysis of economic indicators. *Vestnik Moskovskogo universiteta. Seriya 6: Ekonomika = Moscow University Economics Bulletin*. 1971;(4):62–69. (In Russ.).
5. Adamov V. E. Factor index analysis (Methodology and problems). Moscow: Politizdat; 1977. 200 p. (In Russ.).
6. Fedorova V. Egorov Yu. On the issue of decomposing increase into factors. *Vestnik statistiki*. 1977;(5):71–73. (In Russ.).
7. Bakanov M. I., Sheremet A. D. Theory of economic analysis. Moscow: Finansy i statistika; 2001. 416 p. (In Russ.).
8. Chebotarev S. B. Method of Lagrange and Budan-Fourier theorem in economic factorial analysis. *Sistemy upravleniya i informatsionnye tekhnologii*. 2003;(1–2):30–35. (In Russ.).
9. Lyubushin N. P. Analysis of the financial and economic activities of the enterprise. Moscow: Unity-Dana; 2009. 471 p. (In Russ.).
10. Kremer N. Sh., ed. Higher mathematics for economic specialties (in 2 pts.). Moscow: Vysshee obrazovanie; 2005. 893 p. (In Russ.).
11. Lebedev K. N. Problems of factor analysis based on methods of determined factor analysis (problems of science “economic analysis”). *ETAP: ekonomicheskaya teoriya, analiz, praktika = ETAP: Economic Theory, Analysis, and Practice*. 2012;(3):4–13. (In Russ.).
12. Prokofiev V. A., Nosov V. V., Salomatina T. V. Prerequisites and conditions for the development of deterministic factor analysis (problems of the science “economic analysis”). *ETAP: ekonomicheskaya teoriya, analiz, praktika = ETAP: Economic Theory, Analysis, and Practice*. 2014;(4):134–144. (In Russ.).
13. Savitskaya G. V. Theory of business analysis. Moscow: Infra-M; 2012. 288 p. (In Russ.).
14. Ross S. A., Westerfield R. W., Jaffe J. F. Corporate finance. 2<sup>nd</sup> ed. Homewood, IL: Irwin; 1990. 833 p.

15. Foster G. Financial statement analysis. Englewood Cliffs, NJ: Prentice-Hall; 1996. 704 p.
16. Emery D. R., Finnerty J. D., Stowe J. D. Corporate financial management. 2<sup>nd</sup> ed. Englewood Cliffs, NJ: Prentice-Hall; 2004. 825 p.
17. Wild J. J., Bernstein L. A., Subramanyam K. R. Financial statement analysis. 7<sup>th</sup> ed. New York: McGraw-Hill/Irwin; 2001. 1040 p.
18. Brealey R., Myers S. C, Allen F. Corporate finance. New York: McGraw-Hill/Irwin; 2006. 969 p.
19. Mitev V. The method of chain substitutions – practical application in financial business analysis: Advantages and shortcomings. *Annual of University of Mining and Geology “St. Ivan Rilski”*. 2008;51(Pt.4):45–48. (In Bulgar.).
20. Mitev V. Averaged chain substitution method. *Ikonomiceski i Sotsialni Alternativi = Economic and Social Alternatives*. 2020;(4):90–100. (In Bulgar.). DOI: 10.37075/ISA.2020.4.09
21. Mitev V. Averaged chain substitution method – applicability, advantages, and disadvantages. *Ikonomiceski i Sotsialni Alternativi = Economic and Social Alternatives*. 2021;(2):127–138. (In Bulgar.). DOI: 10.37075/ISA.2021.2.08

### ИНФОРМАЦИЯ ОБ АВТОРЕ / ABOUT THE AUTHOR



**Веселин Цветанов Митев** – PhD, доцент, доцент кафедры экономики и менеджмента, Горно-геологический университет им. Св. Ивана Рильского, София, Болгария  
**Veselin Ts. Mitev** – PhD, Assoc. Prof., Department of Economics and Management, University of Mining and Geology “St. Ivan Rilski”, Sofia, Bulgaria  
<https://orcid.org/my-orcid?orcid=0000-0001-9905-6490>  
v.mitev@mgu.bg

*Конфликт интересов: автор заявляет об отсутствии конфликта интересов.  
Conflicts of Interest Statement: The author has no conflicts of interest to declare.*

*Статья поступила в редакцию 25.01.2022; после рецензирования 12.02.2022; принята к публикации 27.09.2022.*

*Автор прочитал и одобрил окончательный вариант рукописи.  
The article was submitted on 25.01.2022; revised on 12.02.2022 and accepted for publication on 27.09.2022.  
The author read and approved the final version of the manuscript.*