

DOI: 10.26794/2587-5671-2023-27-3-126-138

УДК 336.767.3:51(045)

JEL G120, Y80

## О доходности к погашению купонной облигации

Н.В. Попова

Российский экономический университет им. Г.В. Плеханова, Москва, Россия

### АННОТАЦИЯ

Статья посвящена одной из основных характеристик облигации — доходности к погашению. **Предмет исследования** — вид показателя доходности к погашению. Существуют два подхода к определению доходности к погашению облигации: по методу номинальной процентной ставки и методу эффективной процентной ставки. **Актуальность** работы обусловлена тем, что, как показало предварительное сравнение, эти два подхода к определению доходности к погашению могут быть неравноценны в исследованиях. **Цель** данной работы — определить зависимость результатов исследований от вида показателя доходности к погашению. Для этого была выбрана задача о зависимости процентного риска облигации от числа купонных платежей в году. В литературе имеются сообщения о зависимости от частоты купонных платежей дюрации облигации, оценивающей процентный риск. Задача о зависимости непосредственно процентного риска облигации от числа купонных платежей в году в литературе не рассматривалась. Требовалось установить, какой из двух подходов к определению доходности к погашению позволит получить результаты, согласующиеся с зависимостью дюрации облигации от числа купонных платежей в году. Для решения задачи автор применяет **методы** дифференциального исчисления. **Результаты:** установлено, что использование доходности к погашению по методу эффективной процентной ставки позволяет получить результаты, согласующиеся с зависимостью дюрации облигации от числа купонных платежей в году. Результаты, полученные при использовании доходности к погашению по методу номинальной процентной ставки, не согласуются с зависимостью дюрации облигации от числа купонных платежей в году. Сделан **вывод**, что доходность к погашению, определенная по методу номинальной процентной ставки, в исследованиях может приводить к некорректным результатам, в отличие от доходности к погашению в виде эффективной процентной ставки. Результаты работы могут быть полезны как эмитенту облигаций, так и инвестору, а также в теоретических исследованиях инвестиций в облигации.

**Ключевые слова:** доходность к погашению; математические методы; эффективная ставка; номинальная ставка; процентный риск облигации; число купонных платежей в году

**Для цитирования:** Попова Н.В. О доходности к погашению купонной облигации. *Финансы: теория и практика.* 2023;27(3):126-138. DOI: 10.26794/2587-5671-2023-27-3-126-138

## On the Yield to Maturity of a Coupon Bond

N.V. Popova

Plekhanov Russian University of Economics, Moscow, Russia

### ABSTRACT

The article is devoted to one of the main characteristics of the bond—the yield to maturity. **The subject** of the study is the type of yield to maturity indicator. It is known, that there are two approaches to determining the yield to maturity of a bond: the nominal interest rate and the effective interest rate method. **The relevance** of the study is due to the fact that, as preliminary comparison has shown, these two approaches to determining the yield to maturity may be unequal in research. **The purpose** of this paper is to conduct a study of the dependence of the research results on the type of yield to maturity indicator. For this purpose, the problem of the dependence of the interest rate risk of a bond on the number of coupon payments per year was chosen. The literature contains reports on the dependence on the frequency of coupon payments over the term a bond that evaluates interest rate risk. The problem of the dependence directly of the interest rate risk of a bond on the number of coupon payments per year has not been considered in the literature. The task was set to determine which of the two approaches to determining the yield to maturity allows us to obtain results for interest rate risk that are consistent with the dependence of the duration of the bond on the number of coupon payments per year. **Methods** of differential calculus are used to solve the problem. As a **result**, it was proved that the use of the yield to maturity determined by the effective interest rate method allows us to obtain results consistent with the dependence of the duration of the bond on the number of coupon payments per year. The results obtained by using the yield to maturity

determined by the nominal interest rate method do not agree with the dependence of the duration of the bond on the number of coupon payments per year. It is **concluded** that the yield to maturity determined by the nominal interest rate method in research may lead to incorrect results, in contrast to the yield to maturity in the form of an effective interest rate. Results of the work can be useful to both the bond issuer and the investor, as well as in theoretical studies of investments in bonds.

**Keywords:** yield to maturity; mathematical methods; effective interest rate; nominal interest rate; interest rate risk of bonds; number of coupon payments per year

**For citation:** Popova N.V. On the yield to maturity of a coupon bond. *Finance: Theory and Practice*. 2023;27(3):126-138. (In Russ.). DOI: 10.26794/2587-5671-2023-27-3-126-138

## ВВЕДЕНИЕ

По определению, годовая доходность к погашению (yield to maturity, YTM) — это ставка сложных процентов, по которой современная (приведенная) стоимость ожидаемого потока платежей по облигации равна ее текущей цене. Вид ставки дисконтирования зависит от подхода к определению показателя YTM. Существуют два подхода к определению годовой доходности к погашению облигации<sup>1</sup> — по методу номинальной процентной ставки и по методу эффективной процентной ставки. Согласно первому подходу, если купонные платежи по облигации, цена которой  $P$ , производятся  $m$  раз в году, то для дисконтирования членов денежного потока применяется годовая номинальная ставка доходности к погашению  $r^{(m)}$ , соответствующая начислению сложных процентов  $m$  раз в году:

$$P = \sum_{i=1}^n \frac{q}{(1+r^{(m)}/m)^{m t_i}} + \frac{A}{(1+r^{(m)}/m)^{m T}},$$

где  $A$  — номинал облигации;  $q$  — сумма отдельного купонного платежа;  $t_i$  лет ( $i = 1, 2, \dots, n$ ) — сроки выплаты купонов;  $T$  лет — срок до погашения. Показатель YTM в виде годовой номинальной процентной ставки  $r^{(m)}$  используется на основании Федерального закона о справедливом кредитовании<sup>2</sup> (США, 1969). Согласно данному закону годовая ставка доходности к погашению определяется следующим образом: 1) рассчитывается доходность к погашению за период, равный минимальному интервалу между выплатами купонов, т.е. за купонный период, равный  $1/m$  года; 2) полученная процентная ставка умножается на число купонных периодов в году  $m$ . Данное правило вычисления годовой доходности к погашению

называют рыночным соглашением<sup>3</sup>, принятым «для уменьшения проблем» участников рынка. На основании данного закона на рынках принято считать доходностью к погашению именно годовую номинальную ставку доходности [1, с. 65].

Согласно другому подходу по методу эффективной процентной ставки для дисконтирования членов денежного потока применяется годовая ставка  $r$ , соответствующая начислению сложных процентов один раз в году:

$$P = \sum_{i=1}^n \frac{q}{(1+r)^{t_i}} + \frac{A}{(1+r)^T}.$$

Как следует из работ [2–8], расчет показателя YTM по методу эффективной процентной ставки используется на российском рынке ценных бумаг, в частности, на Московской бирже. Согласно [7, 8] метод расчета доходности к погашению в виде эффективной процентной ставки нормативно введен Банком России для расчета доходности к погашению всей купонной системы государственного долга (ОФЗ-АД1, ОФЗ-ПК2 и др.)<sup>4</sup>.

Ф.Д. Фабозци ставку  $r^{(m)}$  называет приближенной [1, с. 62], что можно объяснить происхождением ставки  $r^{(m)}$ . Как мы видели, согласно закону о справедливом кредитовании, значение ставки  $r^{(m)}$  получают формально — простым умножением ставки за период на число периодов в году, что не гарантирует получение точного значения годовой ставки.

## РОЛЬ И ЗНАЧЕНИЕ ПОКАЗАТЕЛЯ ДОХОДНОСТИ К ПОГАШЕНИЮ

Как утверждают Л. Дж. Гитман и М. Д. Джонк, авторы известного руководства по инвестициям [9], доходность к погашению — это самый важный

<sup>1</sup> Фабозци Ф.Д. Управление инвестициями. М.: Инфра-М; 2000:486, 908. Университетский учебник.

<sup>2</sup> Шарп У.Ф., Александер Г. Дж., Бэйли Дж.В. Инвестиции. М.: Инфра-М; 2018:127. Университетский учебник.

<sup>3</sup> Фабозци Ф.Д. Управление инвестициями. М.: Инфра-М; 2000:486. Университетский учебник.

<sup>4</sup> Письмо Банка России от 19.01.1998 № 28–1–2/39. URL: <https://gkrfkod.ru/zakonodatelstvo/pismo-banka-rossii-ot-19011998-n-28-1-239/> (дата обращения: 10.08.2021).

и наиболее широко используемый показатель оценки облигации. Приведем основные утверждения о показателе YTM, сформулированные в литературе по инвестициям: 1) ставка YTM справедливо оцененной облигации<sup>5</sup> примерно равна доходности альтернативных инвестиций со сравнимым риском [1]; 2) доходность к погашению — это ставка доходности инвестиции в облигацию, получаемая инвестором при выполнении двух условий: инвестор владеет облигацией до момента погашения, а все платежи по облигации реинвестируются под ставку, равную доходности к погашению в момент покупки<sup>6</sup>. При этом значительная часть прибыли по облигации за период ее действия привлекается из реинвестирования купонов [9].

Из второго утверждения следует, что если инвестор придерживается указанной стратегии, то доходность к погашению является мерой прибыли от инвестиции в облигацию [9, с. 473], при этом показатель YTM отражает минимальную доходность инвестиции в облигацию, ожидаемую инвестором [9, с. 469].

В связи с особой ролью показателя YTM в оценке облигации в литературе значительное внимание уделяется факторам, влияющим на данный показатель. Согласно [1] значение YTM облигации есть сумма базовой безрисковой процентной ставки и премии за риск. Базовая, или эталонная, процентная ставка представляет собой доходность к погашению казначейской ценной бумаги аналогичной длительности. Таким образом, значение показателя YTM непосредственно связано с риском инвестиции в данную облигацию. Один из основных видов риска — это кредитный риск, т. е. риск невыполнения эмитентом своих обязательств по выплате платежей по облигации. В связи с этим в литературе прежде всего изучается связь доходности облигаций и показателей, характеризующих состояние компании-эмитента: рейтинг облигаций, структура капитала [показатель DER (debt to equity ratio)], рентабельность активов компании [показатель ROA (return on assets)], размер фирмы, а также факторов, порождающих риски инвестора: инфляция, процентный риск облигации, процентная ставка, параметры облигации. Подробные списки факторов, влияющих на доходность к погашению, приведены в монографии [10]. Приведем основные результаты исследований влияния факторов

на показатель YTM, полученные в работах [11–22]. В исследованиях [11–20] для получения результатов использовались выборки из нескольких десятков компаний, выпустивших облигации в определенный период. Данные были проанализированы с использованием статистических методов, таких как корреляция, регрессия, коэффициент детерминации и дисперсионный анализ. Например, в работе [12] выборка состояла из 104 корпоративных облигаций от 40 компаний, торгуемых на Индонезийской фондовой бирже (IDX) в 2017–2018 гг. Для анализа использовалась регрессия панельных данных. В работе [14] результаты получены на основе данных, собранных по 67 компаниям и 138 облигациям Индонезийского рынка облигаций за период январь 2015 — июль 2016 г. Для анализа и интерпретации данных использовался анализ множественной линейной регрессии. Основные результаты работ [11–22] следующие.

Согласно [11, 12, 14, 16, 18, 21] рейтинги облигаций отрицательно коррелируют с YTM. Чем выше кредитный рейтинг облигации, тем ниже ставка доходности облигации. Компании с низким рейтингом облигаций будут предлагать облигации с высокой доходностью, чтобы привлечь интерес инвесторов и обеспечить больший YTM в качестве компенсации за возникновение большего риска. Облигации высокого ранга, как правило, выпускаются компаниями с хорошими финансовыми показателями, поэтому риск ниже. Рейтинги облигаций учитываются инвесторами в качестве ориентира при принятии решений, а также для определения уровня риска и ожидаемого значения YTM.

Инвесторы могут оценить состояние компании путем сравнения заемного и собственного капитала компании. Если собственный капитал больше заемного, то компания здорова и ее нелегко обанкротить [17]. Соотношение долга и собственного капитала дает представление о структуре капитала компании и позволяет оценить риск дефолта по облигации этой компании. Коэффициент DER, равный отношению долга компании к собственному капиталу, также называемый платежеспособностью, — это один из способов измерения способности компании выполнять свои долгосрочные обязательства. Чем ниже DER, тем выше способность компании оплачивать свои обязательства. Чем больше долг (DER), тем выше ожидаемая доходность [13, 21].

Согласно [10–12] показатель ROA, рентабельность активов, иллюстрирует эффективность управления активами компании-эмитента. Чем выше коэф-

<sup>5</sup> Шарп У.Ф., Александер Г. Дж., Бэйли Дж.В. Инвестиции. М.: Инфра-М; 2018:421. Университетский учебник.

<sup>6</sup> Фабозци Ф. Дж. Управление инвестициями. М.: Инфра-М; 2000:494. Университетский учебник.

фициент рентабельности активов, тем ниже риск инвестиции и, соответственно, доходность корпоративных облигаций.

Согласно [11, 12, 15–17, 20] размер компании (совокупные активы) имеет значительную отрицательную корреляцию с доходностью к погашению. Чем больше размер компании, тем меньше YTM. Хотя по результатам [19] размер фирмы не влияет на доходность облигаций.

Процентная ставка — базовая безрисковая процентная ставка, например доходность государственных сертификатов. Как утверждает автор [13], процентная ставка — это наиболее вероятная для использования инвесторами сравнительная мера облигаций. Согласно работе [13] в которой приведены результаты исследования компаний, облигации которых торговались на Индонезийской фондовой бирже (IDX) с 2009 по 2013 г., оптимальной нормой доходности считалась процентная ставка сертификатов Банка Индонезии (SBI). Это связано с тем, что SBI поддерживаются и получают полную гарантию со стороны правительства, в данном случае Банка Индонезии (BI), что заставляет участников рынка ценных бумаг рассматривать SBI как дорогостоящие и безрисковые сертификаты. В работе [15] в качестве базовой процентной ставки используется 7-дневная ставка репо Банка Индонезии (BI). Согласно [13, 15, 18–20] увеличение процентной ставки увеличивает доходность облигаций, а снижение ставки снижает доходность.

Согласно [21] инфляция валюты, в которой номинирован конкретный выпуск, является фундаментальным фактором, определяющим доходность корпоративных облигаций. Как утверждают авторы [9, с. 467], фактически инвесторов более всего беспокоит инфляция. Она подтачивает покупательную способность основной суммы займа, что вынуждает эмитента компенсировать инфляционные потери. По исследованию [21], инфляция и доходность облигаций находятся в прямой зависимости: чем больше инфляция, тем больше YTM.

Согласно [18, 21], как правило, инвесторов интересует большая премия за риск при покупке долгосрочных облигаций, поскольку за долгий срок обращения неопределенность выше. Более «длинные» облигации должны обеспечивать инвестору дополнительную премию за риск, связанный с более высокой дюрацией и процентным риском. Согласно [14, 16, 18, 21] срок до погашения имеет значительную положительную корреляцию с доходностью к погашению. Ставка купона также оказывает значительное положительное влияние на доходность облигаций [14].

Согласно [18, 21] облигации, у которых есть опционы на погашение, имеют более низкую ставку доходности. Обеспеченные облигации имеют более низкую доходность, в то время как необеспеченные облигации имеют более высокую доходность.

В работе [21] рассмотрено влияние такого фактора, как доля государственного участия в компании. Менее рисковыми считаются инвестиции в компании с большой долей государственного участия, так как есть гарантия помощи государства в трудных экономических условиях. В связи с этим корпоративные облигации частных компаний дают большую доходность, чем аффилированные с государством.

Согласно [22] на значение показателя YTM оказывает влияние такой фактор, как качество раскрытия нефинансовой информации о компании. Согласно [22] компании, которые предоставляют более качественную информацию о корпоративной социальной ответственности, получают более высокие оценки и более низкую доходность к погашению при выпуске облигаций.

Как видим, значение показателя YTM отражает практически всю информацию, необходимую инвестору для принятия решения о покупке облигации. Согласно [9, с. 467] доходность к погашению является единственным наиболее важным критерием на рынке облигаций. Этот критерий предназначен для отслеживания состояния рынка, а также для определения дохода на вложенный капитал. Данная работа посвящена адекватному использованию показателя YTM в исследованиях.

## ЦЕЛЬ ИССЛЕДОВАНИЯ

Проведенные в работе [23] исследования зависимости цены купонной облигации от числа купонных платежей в году показали, что использование в формулах для цены облигации доходности к погашению по методу номинальной процентной ставки привело к результатам, не имеющим экономического смысла в отличие от результатов, полученных в работе [24] при использовании доходности к погашению по методу эффективной процентной ставки. В связи с этим была поставлена задача провести исследование влияния вида показателя доходности к погашению на результаты исследований. Была выбрана задача о влиянии числа купонных платежей в году на процентный риск облигации.

Выбор задачи объясняется следующим образом. Необходимо было рассмотреть облигации такого же типа, что и в работах [23, 24], т.е. облигации, не имеющие кредитного риска, типа ОФЗ на российском рынке. Как подчеркивается в работе О.В. Бу-

клемишева [25, с. 208], на рынках инструментов с фиксированным доходом без кредитного риска основным фактором риска является процентный риск — возможность изменения цены облигации вследствие изменения рыночной процентной ставки. Процентный риск облигации оценивают по величине относительного (процентного) изменения цены облигации  $\Delta P/P$  при изменении рыночной процентной ставки на заданную величину. Согласно [1, с. 87] сущность показателя  $\Delta P/P$  — это реакция цены облигации на изменение рыночной процентной ставки.

В литературе приводятся сообщения о зависимости показателя  $\Delta P/P$  от основных параметров облигации — купонной ставки, срока до погашения и доходности к погашению [1, с. 91]. В работе [26] получено доказательство зависимости дюрации облигации, оценивающей величину  $\Delta P/P$ , от второстепенного параметра облигации — числа купонных платежей в году  $m$ . Однако задача о влиянии данного параметра непосредственно на величину  $\Delta P/P$  ранее не рассматривалась. Таким образом, для достижения цели работы была выбрана задача, которая, с одной стороны, не рассматривалась ранее. С другой стороны, результат решения этой задачи предсказуем на основании ранее проведенных исследований. В данной работе решение задачи получено для двух подходов к определению доходности к погашению облигации: по методу номинальной процентной ставки и по методу эффективной процентной ставки. Необходимо было установить, какой из двух видов доходности к погашению позволит получить результаты, согласующиеся с зависимостью дюрации облигации от числа купонных платежей в году, установленной в работе [26].

## МЕТОДЫ

Для решения задачи использовались методы дифференциального исчисления. Предположим, в данный момент на рынке имеется облигация с доходностью к погашению  $y$ , где  $y = r^{(m)}$  или  $y = r$  — начальная годовая номинальная или эффективная ставка доходности. Цена облигации равна  $P(y)$ . Изменение цены облигации будем рассматривать для мгновенного изменения рыночной процентной ставки, аналогично Ф.Д. Фабозци [1, с. 89]. Пусть  $\tilde{y}$  — доходность облигации, номинальная  $\tilde{y} = \tilde{r}^{(m)}$  или эффективная  $\tilde{y} = \tilde{r}$ , в результате мгновенного изменения рыночной процентной ставки. Цена облигации станет равной  $P(\tilde{y})$ .

Относительное (процентное) изменение цены облигации в результате изменения рыночной про-

центной ставки на величину  $\Delta y = \tilde{y} - y$  равно по определению<sup>7</sup>:

$$\frac{\Delta P(y)}{P(y)} = \frac{P(\tilde{y}) - P(y)}{P(y)}. \quad (1)$$

Так как цена облигации является убывающей функцией доходности, то  $P(\tilde{y}) > P(y)$  при  $\tilde{y} < y$  и  $P(\tilde{y}) < P(y)$  при  $\tilde{y} > y$ . Тогда из (1) следует, что  $\Delta P(y)/P(y) > 0$  при снижении процентной ставки и  $\Delta P(y)/P(y) < 0$  при увеличении процентной ставки. Как уже отмечалось, по величине  $\Delta P(y)/P(y)$  оценивают процентный риск облигации. Поскольку  $\Delta P(y)/P(y)$  может быть положительным или отрицательным, то для удобства будем рассматривать модуль этой величины  $|\Delta P(y)/P(y)|$ . По определению, эта величина неотрицательна. Следовательно,  $|\Delta P(y)/P(y)|$  — это процентное изменение цены облигации при изменении доходности к погашению на величину  $\Delta y$ , взятое без знака. Знак  $\Delta P(y)/P(y)$  означает процентный рост или процентное снижение цены облигации. Таким образом, имеем задачу о зависимости величины  $|\Delta P(y)/P(y)|$  от параметра  $m$ .

### Критерий выбора результатов

Как уже отмечалось, решение задачи о зависимости величины  $|\Delta P(y)/P(y)|$  от параметра  $m$  получено для двух подходов к определению доходности к погашению облигации: по методу номинальной процентной ставки и по методу эффективной процентной ставки. Для получения критерия выбора результатов использовалась установленная в работе [26] зависимость дюрации облигации, оценивающей величину  $\Delta P(y)/P(y)$ , от числа купонных платежей в году  $m$ . Согласно [26] при фиксированных значениях основных параметров дюрация облигации уменьшается с увеличением параметра  $m$ :

$$D_{m = m_2} < D_{m = m_1}, \text{ где } m_1 < m_2. \quad (2)$$

Как известно [27, с. 751], дюрация Макколея  $D$  связана с величиной процентного риска облигации по формуле:

$$\Delta P(y)/P(y) \approx -D \frac{\Delta y}{1 + y}.$$

<sup>7</sup> Энциклопедия финансового риск-менеджмента. Лобанов А.А., Чугунов А.В., ред. М.: Альпина Бизнес Букс; 2005:59.

Отсюда

$$|\Delta P(y)/P(y)| \approx D \frac{|\Delta y|}{1+y}. \quad (3)$$

Тогда на основании формул (2) и (3) можно сформулировать критерий выбора результатов:

$$|\Delta P(y)/P(y)|_{m=m_2} < |\Delta P(y)/P(y)|_{m=m_1}, \quad (4)$$

где  $m_1 < m_2$ ,  $y = r^{(m)}$  или  $y = r$ .

Соотношение (4) означает, что с увеличением параметра  $m$  процентный риск облигации должен уменьшаться. Цель работы — установить, какой из двух видов доходности к погашению позволит получить результаты, удовлетворяющие критерию (4).

#### Алгоритм решения задачи

Для изучения влияния параметра  $m$ , где  $m = 1, 2, \dots$ , на величину  $|\Delta P(y)/P(y)|$  рассмотрим вспомогательную функцию  $\varphi(x, y)$ , где  $(x \geq 1, 0 < y < 1)$ . Переменная  $y$  имеет смысл доходности к погашению облигации,  $y = r^{(m)}$  или  $y = r$ . Выражения для функции  $\varphi(x, y)$  получим из соответствующих выражений для цены облигации путем замены дискретной переменной  $m$  на непрерывную переменную  $x \geq 1$ . Функция  $\varphi(x, y)$  и цена облигации при уровнях доходности  $y$  и  $\tilde{y}$  связаны соотношениями:

$$\varphi(m, y) = P(y), \quad \varphi(m, \tilde{y}) = P(\tilde{y}),$$

где  $m$  — целое положительное число,  $\tilde{y} = \tilde{r}^{(m)}$  или  $\tilde{y} = \tilde{r}$ .

Тогда

$$|\Delta P(y)/P(y)| = |\Delta \varphi(m, y)/\varphi(m, y)|. \quad (5)$$

Функция  $\varphi(x, y)$  дифференцируема по переменным  $x$  и  $y$ . Влияние переменной  $x$  на поведение функции  $|\Delta \varphi(x, y)/\varphi(x, y)|$  будем изучать путем дифференцирования этой функции по переменной  $x$ .

При  $\tilde{y} < y$  получим:

$$\begin{aligned} \left| \frac{\Delta \varphi(x, y)}{\varphi(x, y)} \right|'_x &= \left( \frac{\Delta \varphi(x, y)}{\varphi(x, y)} \right)'_x = \left( \frac{\varphi(x, \tilde{y})}{\varphi(x, y)} - 1 \right)'_x = \\ &= \frac{\varphi(x, \tilde{y})}{\varphi(x, y)} \left( \frac{\varphi'_x(x, \tilde{y})}{\varphi(x, \tilde{y})} - \frac{\varphi'_x(x, y)}{\varphi(x, y)} \right). \end{aligned} \quad (6)$$

При  $\tilde{y} > y$  получим:

$$\begin{aligned} \left| \frac{\Delta \varphi(x, y)}{\varphi(x, y)} \right|'_x &= \left( - \frac{\Delta \varphi(x, y)}{\varphi(x, y)} \right)'_x = \left( 1 - \frac{\varphi(x, \tilde{y})}{\varphi(x, y)} \right)'_x = \\ &= \frac{\varphi(x, \tilde{y})}{\varphi(x, y)} \left( \frac{\varphi'_x(x, y)}{\varphi(x, y)} - \frac{\varphi'_x(x, \tilde{y})}{\varphi(x, \tilde{y})} \right). \end{aligned} \quad (7)$$

Чтобы установить знак производной  $\left| \frac{\Delta \varphi(x, y)}{\varphi(x, y)} \right|'_x$

в выражениях (6) и (7), необходимо установить знак

разности  $\left( \frac{\varphi'_x(x, \tilde{y})}{\varphi(x, \tilde{y})} - \frac{\varphi'_x(x, y)}{\varphi(x, y)} \right)$  в (6) и знак разности

$\left( \frac{\varphi'_x(x, y)}{\varphi(x, y)} - \frac{\varphi'_x(x, \tilde{y})}{\varphi(x, \tilde{y})} \right)$  в (7). В свою очередь, чтобы

установить знаки этих выражений, необходимо исследовать на монотонность по переменной

у функцию  $\frac{\varphi'_x(x, y)}{\varphi(x, y)}$ .

Этот алгоритм действий использован в каждом из двух решений задачи. Решения получены при заданных значениях основных параметров облигации: сроке до погашения  $T$  лет, где  $T > 1$  (иначе при  $m = 1$  облигация не является купонной), купонной ставке  $f$  и начальной доходности к погашению  $r^{(m)}$  или  $r$ . Рассматривались относительные изменения цены облигации, не содержащей накопленного купонного дохода.

## РЕЗУЛЬТАТЫ И ИХ ОБСУЖДЕНИЕ

**Теорема 1.** При заданных сроке до погашения, купонной ставке и начальной доходности к погашению  $r^{(m)}$ , определенной по методу номинальной процентной ставки, процентное изменение цены облигации при изменении рыночной процентной ставки на заданную величину увеличивается с увеличением числа купонных платежей в году.

**Доказательство.** По условию,  $r^{(m)}$  — начальная доходность к погашению облигации, определенная по методу номинальной процентной ставки. Тогда цена облигации в начальный момент равна:

$$P(r^{(m)}) = \sum_{i=1}^n \frac{q}{(1+r^{(m)}/m)^i} + \frac{A}{(1+r^{(m)}/m)^{Tm}}, \quad (8)$$

где  $q = (1/m)Af$  — сумма отдельного купонного платежа. Если  $\tilde{r}^{(m)}$  — доходность к погашению

облигации в результате мгновенного изменения рыночной ставки на заданную величину, то цена облигации станет равной:

$$P(\tilde{r}^m) = \sum_{i=1}^n \frac{q}{\left(1 + \frac{\tilde{r}^{(m)}}{m}\right)^i} + \frac{A}{\left(1 + \frac{\tilde{r}^{(m)}}{m}\right)^{Tm}}. \quad (9)$$

Формула (8) преобразуется к виду:

$$P(r^{(m)}) = \frac{A}{\left(1 + r^{(m)}/m\right)^{Tm}} \left(1 - \frac{f}{r^{(m)}}\right) + A \frac{f}{r^{(m)}}.$$

Вспомогательная функция в этом случае имеет вид:

$$\varphi(x, y) = \frac{A}{\alpha(x, y)} \left(1 - \frac{f}{y}\right) + A \frac{f}{y},$$

где  $\alpha(x, y) = (1 + y/x)^{Tx}$ ,  $x \geq 1$ ,  $y = r^{(m)}$ . Тогда

$$\varphi'_x(x, y) = -\frac{A}{\alpha^2(x, y)} \alpha'_x(x, y) \left(1 - \frac{f}{y}\right),$$

$$\frac{\varphi'_x(x, y)}{\varphi(x, y)} = \frac{\alpha'_x(x, y) \left(\frac{f}{y} - 1\right)}{\frac{f}{y} (\alpha(x, y) - 1) + 1}.$$

Используем разложения функций  $\alpha(x, y)$ ,  $\frac{\alpha'_x(x, y)}{\alpha(x, y)}$  в степенные ряды:

$$\alpha(x, y) \approx 1 + Ty + \frac{1}{2} T^2 y^2 - \frac{T y^2}{2x},$$

$$\frac{\alpha'_x(x, y)}{\alpha(x, y)} \approx \frac{1}{2} T \left(\frac{y}{x}\right)^2,$$

где  $0 < y < 1$ . Получим:

$$\frac{\varphi'_x(x, y)}{\varphi(x, y)} \approx \frac{1}{2x^2} T \frac{(fy - y^2)}{1 + fT + \frac{fT}{2} \left(T - \frac{1}{x}\right) y}.$$

Дифференцируя функцию  $\frac{\varphi'_x(x, y)}{\varphi(x, y)}$  по переменной  $y$ , получим знак производной

$$\left(\frac{\varphi'_x(x, y)}{\varphi(x, y)}\right)'_y < 0. \text{ Значит, } \frac{\varphi'_x(x, y)}{\varphi(x, y)} \text{ — убывающая}$$

функция переменной  $y$ . Тогда, если  $\tilde{y} < y$ , то  $\frac{\varphi'_x(x, \tilde{y})}{\varphi(x, \tilde{y})} > \frac{\varphi'_x(x, y)}{\varphi(x, y)}$  и выражение (6) имеет знак:

$$\left|\frac{\Delta\varphi(x, y)}{\varphi(x, y)}\right|'_x = \frac{\varphi(x, \tilde{y})}{\varphi(x, y)} \left(\frac{\varphi'_x(x, \tilde{y})}{\varphi(x, \tilde{y})} - \frac{\varphi'_x(x, y)}{\varphi(x, y)}\right) > 0.$$

Если же  $\tilde{y} > y$ , то  $\frac{\varphi'_x(x, \tilde{y})}{\varphi(x, \tilde{y})} < \frac{\varphi'_x(x, y)}{\varphi(x, y)}$  и выражение (7) имеет знак:

$$\left|\frac{\Delta\varphi(x, y)}{\varphi(x, y)}\right|'_x = \frac{\varphi(x, \tilde{y})}{\varphi(x, y)} \left(\frac{\varphi'_x(x, y)}{\varphi(x, y)} - \frac{\varphi'_x(x, \tilde{y})}{\varphi(x, \tilde{y})}\right) > 0.$$

Таким образом, при любых значениях ставки  $\tilde{y} = \tilde{r}^{(m)}$  производная  $\left|\frac{\Delta\varphi(x, y)}{\varphi(x, y)}\right|'_x > 0$ . Это означа-

ет, что функция  $\left|\frac{\Delta\varphi(x, y)}{\varphi(x, y)}\right|$  является возрастающей по переменной  $x$ . Значит, если  $1 \leq m_1 < m_2$ , то

$$\left|\frac{\Delta\varphi(m_1, y)}{\varphi(m_1, y)}\right| < \left|\frac{\Delta\varphi(m_2, y)}{\varphi(m_2, y)}\right|.$$

Учитывая соотношение (5), получим:

$$\left|\frac{\Delta P(r^{(m)})}{P(r^{(m)})}\right|_{m=m_1} < \left|\frac{\Delta P(r^{(m)})}{P(r^{(m)})}\right|_{m=m_2},$$

где  $m_1 < m_2$ .

Чем чаще выплачиваются купоны, тем больше процентное изменение цены облигации при изменении рыночной ставки на заданную величину, т.е. тем больше процентный риск облигации. При этом

$$\lim_{m \rightarrow \infty} \left|\frac{\Delta P(r^{(m)})}{P(r^{(m)})}\right| = \left|\frac{\left(1 - \frac{f}{\tilde{r}^{(m)}}\right) e^{-T\tilde{r}^{(m)}} + \frac{f}{\tilde{r}^{(m)}}}{\left(1 - \frac{f}{r^{(m)}}\right) e^{-Tr^{(m)}} + \frac{f}{r^{(m)}}} - 1\right|. \quad (10)$$

Теорема доказана.

Таблица 1 / Table 1  
**Зависимость**  $|\Delta P(r^{(m)})/P(r^{(m)})|$   
**от параметра  $m$  / Dependence**  
 $|\Delta P(r^{(m)})/P(r^{(m)})|$  **on the Parameter 'm'**

	$ \Delta P(r^{(m)})/P(r^{(m)}) $	
$m / \tilde{r}^{(m)}$	5%	7%
1	0,04329	0,04100
2	0,04376	0,04158
3	0,04392	0,04178
4	0,04400	0,04188
5	0,04405	0,04194
6	0,04408	0,04198
7	0,04410	0,04201
8	0,04412	0,04203
9	0,04413	0,04205
10	0,04414	0,04206
15	0,04418	0,04211
20	0,04419	0,04213
$\lim_{m \rightarrow \infty} \left  \frac{\Delta P(r^{(m)})}{P(r^{(m)})} \right $	0,04424	0,04219

Источник / Source: составлено автором / Compiled by the author.

**Вычисления.** В табл. 1 приведены вычисления величины  $|\Delta P(r^{(m)})/P(r^{(m)})|$  для значений доходности  $\tilde{r}^{(m)} < r^{(m)}$  и  $\tilde{r}^{(m)} > r^{(m)}$  при заданных значениях основных параметров облигации:  $T = 5$  лет,  $f = 6\%$ ,  $r^{(m)} = 6\%$ . Цены вычислены по формулам (8) и (9), значения пределов — по формуле (10).

Как видим, результаты вычислений подтверждают утверждение теоремы 1. Доказательство теоремы 1 показало, что результат использования доходности к погашению в виде номинальной процентной ставки оказался неудовлетворительным из-за его несоответствия критерию (4).

Рассмотрим другое решение задачи.

**Теорема 2.** При заданных сроке до погашения, купонной ставке и начальной доходности к погашению  $r$ , определенной по методу эффективной процентной ставки, процентное изменение цены облигации при изменении рыночной процен-

тной ставки на заданную величину уменьшается с увеличением числа купонных платежей в году.

**Доказательство.** По условию,  $r$  — начальная доходность к погашению облигации, определенная по методу эффективной процентной ставки. Тогда цена облигации в начальный момент вычисляется по формуле:

$$P(r) = \sum_{i=1}^n \frac{q}{(1+r)^{i/m}} + \frac{A}{(1+r)^T}. \quad (11)$$

Если  $\tilde{r}$  — доходность к погашению облигации в результате мгновенного изменения рыночной ставки на заданную величину, то цена облигации станет равной:

$$P(\tilde{r}) = \sum_{i=1}^n \frac{q}{(1+\tilde{r})^{i/m}} + \frac{A}{(1+\tilde{r})^T}. \quad (12)$$

Формула (11) преобразуется к виду:

$$P(r) = Af \left( 1 - \frac{1}{(1+r)^T} \right) \frac{1}{m \left( (1+r)^{\frac{1}{m}} - 1 \right)} + \frac{A}{(1+r)^T}.$$

Вспомогательная функция в этом случае имеет вид:

$$\varphi(x, y) = Af \left( 1 - \frac{1}{(1+y)^T} \right) \beta(x, y) + \frac{A}{(1+y)^T},$$

где  $\beta(x, y) = \frac{1}{x \left( (1+y)^{\frac{1}{x}} - 1 \right)}$ ,  $x \geq 1$ ,  $y = r$ . Тогда

$$\varphi'_x(x, y) = Af \left( 1 - \frac{1}{(1+y)^T} \right) \beta'_x(x, y),$$

где  $\beta'_x(x, y) = -\beta^2(x, y) \left( x \left( (1+y)^{\frac{1}{x}} - 1 \right) \right)'_x$ .

Отсюда

$$\frac{\varphi'_x(x, y)}{\varphi(x, y)} = \frac{f \left( (1+y)^T - 1 \right) \beta'_x(x, y)}{f \left( (1+y)^T - 1 \right) + \frac{1}{\beta(x, y)}}.$$

Используем приближенные равенства:

$$\frac{1}{\beta(x, y)} = x \left( (1+y)^{\frac{1}{x}} - 1 \right) \approx y + \frac{1}{2} \left( \frac{1}{x} - 1 \right) y^2,$$

$$\left( x \left( (1+y)^{\frac{1}{x}} - 1 \right) \right)' \approx -\frac{y^2}{2x^2}, \quad (1+y)^T - 1 \approx yT,$$

где  $0 < y < 1$ . Получим:

$$\frac{\beta'_x(x, y)}{\beta(x, y)} \approx \frac{\frac{y}{2x^2}}{1 + \frac{1}{2} \left( \frac{1}{x} - 1 \right) y},$$

$$\frac{\varphi'_x(x, y)}{\varphi(x, y)} \approx \frac{\frac{fT}{2x^2} y}{fT + 1 + \frac{y}{2} \left( \frac{1}{x} - 1 \right) (fT + 2)}.$$

Дифференцируя функцию  $\frac{\varphi'_x(x, y)}{\varphi(x, y)}$  по пере-

менной  $y$ , получим знак производной  $\left( \frac{\varphi'_x(x, y)}{\varphi(x, y)} \right)' > 0$ . Значит,  $\frac{\varphi'_x(x, y)}{\varphi(x, y)}$  – возрастающая функция переменной  $y$ . Тогда, если  $\tilde{y} < y$ , то  $\frac{\varphi'_x(x, \tilde{y})}{\varphi(x, \tilde{y})} < \frac{\varphi'_x(x, y)}{\varphi(x, y)}$  и выражение (6) имеет знак:

$$\left| \frac{\Delta\varphi(x, y)}{\varphi(x, y)} \right|'_x = \frac{\varphi(x, \tilde{y}) \left( \frac{\varphi'_x(x, \tilde{y})}{\varphi(x, \tilde{y})} - \frac{\varphi'_x(x, y)}{\varphi(x, y)} \right)}{\varphi(x, y)} < 0.$$

Если же  $\tilde{y} > y$ , то  $\frac{\varphi'_x(x, \tilde{y})}{\varphi(x, \tilde{y})} > \frac{\varphi'_x(x, y)}{\varphi(x, y)}$  и выра-

жение (7) имеет знак:

$$\left| \frac{\Delta\varphi(x, y)}{\varphi(x, y)} \right|'_x = \frac{\varphi(x, \tilde{y}) \left( \frac{\varphi'_x(x, y)}{\varphi(x, y)} - \frac{\varphi'_x(x, \tilde{y})}{\varphi(x, \tilde{y})} \right)}{\varphi(x, y)} < 0.$$

Таким образом, при любых значениях ставки  $\tilde{y} = \tilde{r}$  производная  $\left| \frac{\Delta\varphi(x, y)}{\varphi(x, y)} \right|'_x < 0$ . Это означает,

что функция  $\left| \frac{\Delta\varphi(x, y)}{\varphi(x, y)} \right|$  является убывающей по

переменной  $x$ . Значит, если  $1 \leq m_1 < m_2$ , то

Таблица 2 / Table 2

**Зависимость  $|\Delta P(r)/P(r)|$  от параметра  $m$  /  
 Dependence  $|\Delta P(r)/P(r)|$  on the Parameter 'm'**

$m / \tilde{r}$	$ \Delta P(r)/P(r) $	
	5%	7%
1	0,04935	0,04100
2	0,04545	0,04035
3	0,04414	0,04014
4	0,04349	0,04003
5	0,04310	0,03996
6	0,04284	0,03992
7	0,04266	0,03989
8	0,04252	0,03986
9	0,04241	0,03985
10	0,04232	0,03983
15	0,04206	0,03979
20	0,04193	0,03977
$\lim_{m \rightarrow \infty} \left  \frac{\Delta P(r)}{P(r)} \right $	0,04191	0,03970

Источник / Source: составлено автором / Compiled by the author.

$$\left| \Delta\varphi(m_2, y) / \varphi(m_2, y) \right| < \left| \Delta\varphi(m_1, y) / \varphi(m_1, y) \right|.$$

Учитывая соотношение (5), получим:

$$\left| \Delta P(r) / P(r) \right|_{m=m_2} < \left| \Delta P(r) / P(r) \right|_{m=m_1},$$

где  $m_1 < m_2$ .

Чем чаще выплачиваются купоны, тем меньше процентное изменение цены облигации при изменении рыночной процентной ставки на заданную величину, т.е. тем меньше процентный риск облигации. При этом

$$\lim_{m \rightarrow \infty} \left| \frac{\Delta P(r)}{P(r)} \right| = \left| \frac{f \left( 1 - \frac{1}{(1+\tilde{r})^T} \right) \frac{1}{\ln(1+\tilde{r})} + \frac{1}{(1+\tilde{r})^T}}{f \left( 1 - \frac{1}{(1+r)^T} \right) \frac{1}{\ln(1+r)} + \frac{1}{(1+r)^T}} - 1 \right|. \quad (13)$$

Теорема доказана.

**Вычисления.** В табл. 2 приведены вычисления величины  $|\Delta P(r)/P(r)|$  для значений доходности  $\tilde{r} < r$  и  $\tilde{r} > r$  при заданных значениях основных параметров облигации:  $T = 5$  лет,  $f = 6\%$ ,  $r = 6\%$ . Цены вычислены по формулам (11) и (12), значения пределов — по формуле (13).

Как видим, результаты вычислений подтверждают утверждение теоремы 2 и соответствуют критерию (4).

## ВЫВОДЫ

Установлена зависимость результатов исследований влияния частоты купонных платежей на процентный риск облигации от вида показателя доходности к погашению. Использование доходности к погашению, определенной по методу эффективной процентной ставки, позволило получить результаты для процентного риска облигации, согласующиеся с зависимостью дюрации облигации от числа купонных платежей в году. На основании этих согласующихся между собой зависимостей от параметра  $m$  можно сформулировать зависимость процентного риска облигации от числа купонных платежей

в году: при заданных сроке до погашения, купонной ставке и начальной доходности чем чаще выплачиваются купоны, тем меньше процентный риск облигации.

Использование показателя доходности к погашению, определенного по методу номинальной процентной ставки, не позволило получить результаты, которым можно дать экономическое объяснение, что аналогично результату использования данного показателя в задаче о цене облигации [23]. Можно сделать вывод: рыночное соглашение о доходности к погашению в виде номинальной процентной ставки, хотя и имеет преимущественное использование на рынке, в исследованиях может приводить к некорректным результатам. Будучи формально введенным для удобства участников рынка, данный показатель является приближенным значением доходности к погашению облигации, что можно рассматривать как основную причину расхождения результатов.

Результаты работы могут быть полезны как эмитенту облигаций при конструировании параметров облигации, так и инвестору при принятии инвестиционных решений.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Фабозци Ф. Д. Рынок облигаций. Анализ и стратегии. Пер. с англ. М.: Альпина Диджитал; 2007. 950 с.
2. Маляров А. Н. Алгоритм процентного свопа для портфеля российских облигаций. Сб. ст. по результатам XXIII Всерос. науч.-практ. конф. «Наука. Бизнес. Образование» (Самара, 12–13 апреля 2018 г.). Самара: СамГТУ; 2018:140–152.
3. Маляров А. Н. Расчет доходности за время владения купонными облигациями. Сб. ст. по результатам XXIII Всерос. науч.-практ. конф. «Наука. Бизнес. Образование» (Самара, 12–13 апреля 2018 г.). Самара: СамГТУ; 2018:153–163.
4. Киргизов К. И., Алиева Л. П., Лунева В. М. Проблема расчета доходности облигации. Сб. науч. тр. по мат. I Междунар. науч.-практ. конф. молодых ученых «Научно-технический прогресс и современное общество» (Москва, 15 января 2017 г.). М.: Профессиональная наука; 2017:88–95. URL: [http://scipro.ru/wp-content/uploads/2017/01/student\\_15012017.pdf](http://scipro.ru/wp-content/uploads/2017/01/student_15012017.pdf) (дата обращения 01.08.2022).
5. Дахова З. И., Носов С. М. Методика оценки доходности облигаций, котирующихся на рынке ценных бумаг. *Вестник Белгородского университета кооперации, экономики и права*. 2018;(4):262–269.
6. Яцковский М. М. Привлекательность ОФЗ для российского частного инвестора. *Международный научно-исследовательский журнал*. 2016;(2–1):57–59. DOI: 10.18454/IRJ.2016.44.026
7. Кузьмин А. Ю. Концепция амортизированной стоимости как основа современной системы международных стандартов отчетности. *Учет. Анализ. Аудит*. 2016;(2):42–47. URL: <https://accounting.fa.ru/jour/article/view/73> (дата обращения 01.08.2022).
8. Кузьмин А. Ю. Стандартизация учетных процедур валютных инструментов в соответствии с международными стандартами финансовой отчетности. Актуальные проблемы стандартизации учета, анализа и аудита: ученые записки-2020. М.: Русайнс; 2020:256–273.
9. Гитман Л. Дж., Джонк М. Д. Основы инвестирования. Пер. с англ. М.: Дело; 1999. 1008 с.
10. Россохин В. В. Анализ учета факторов риска в доходности облигаций. М.: Интернаука; 2019. 112 с.
11. Weniasti A., Marsoem B. S. The effect of bonds rating, profitability, leverage, and firm size on yield to maturity corporate bonds. *International Journal of Innovative Science and Research Technology*. 2019;4(8):286–295. URL: <https://www.ijisrt.com/assets/upload/files/IJISRT19AUG452.pdf>

12. Latif A., Marsoem B. S. Analysis of company internal factors on yield to maturity of corporate bonds traded on the Indonesia Stock Exchange. *International Journal of Innovative Science and Research Technology*. 2019;4(10):33–42. URL: [https://ijisrt.com/assets/upload/submitted\\_files/1570163431.pdf](https://ijisrt.com/assets/upload/submitted_files/1570163431.pdf)
13. Suryaningprang A., Suteja J. Analysis of interest rate, capital structure and information risk on yield to maturity and its application on company value: A case study of bond companies listed in the Indonesia Stock Exchange (IDX) from 2009 to 2013. In: Proc. 1<sup>st</sup> Inter-univ. forum for strengthening academic competency (IFSAC-2018). Bandung City: Lemlit Unpas Press; 2019:2–9.
14. Nicodemus S. Determinants of Indonesia corporate bond yield. *Business and Economic Horizons*. 2017;13(5):619–629.
15. Utami S. A., Rohmana Y. Does profitability, firm size, and macroeconomic variable affect yield to maturity of corporate sukuk? *The International Journal of Business Review (The Jobs Review)*. 2019;2(2):75–88. DOI: 10.17509/tjr.v2i2.20921
16. Sintami A. A., Marsoem B. S. Analysis of factors affecting yield to maturity of corporate bonds traded on Indonesia Stock Exchange 2016–2018. *International Journal of Innovative Science and Research Technology*. 2020;5(7):1443–1451. DOI: 10.38124/IJISRT20JUL733
17. Yanto D., Darmansyah D. Determination yield to maturity bonds, audit quality as moderators. *Ecodemica: Jurnal Ekonomi, Manajemen, dan Bisnis*. 2021;5(1):1–14. DOI: 10.31294/jeco.v5i1.8604
18. Dhar S. Determinants of corporate bond's yields in economy. *SSRN Electronic Journal*. 2016. DOI: 10.2139/ssrn.2761308
19. Listiawati L. N., Paramita V. S. Pengaruh Tingkat Suku Bunga, Inflasi, Debt to Equity Ratio, dan Ukuran Perusahaan Terhadap Yield Obligasi pada Perusahaan yang Terdaftar di Bursa Efek Indonesia Tahun 2010–2016. *Jurnal Manajemen*. 2018;15(1):18–32. URL: [https://www.researchgate.net/publication/328235329\\_PENGARUH\\_TINGKAT\\_SUKU\\_BUNGA\\_INFLASI\\_DEBT\\_TO\\_EQUITY\\_RATIO\\_DAN\\_UKURAN\\_PERUSAHAAN\\_TERHADAP\\_YIELD\\_OBLIGASI\\_PADA\\_PERUSAHAAN\\_YANG\\_TERDAFTAR\\_DI\\_BURSA\\_EFEK\\_INDONESIA\\_TAHUN\\_2010\\_-\\_2016](https://www.researchgate.net/publication/328235329_PENGARUH_TINGKAT_SUKU_BUNGA_INFLASI_DEBT_TO_EQUITY_RATIO_DAN_UKURAN_PERUSAHAAN_TERHADAP_YIELD_OBLIGASI_PADA_PERUSAHAAN_YANG_TERDAFTAR_DI_BURSA_EFEK_INDONESIA_TAHUN_2010_-_2016)
20. Nariman A. Pengaruh Faktor Internal Dan Eksternal Perusahaan Terhadap Yield To Maturity Obligasi Korporasi Yang Terdaftar Di Bursa Efek Indonesia. *Jurnal Akuntansi*. 2016;20(2):238–253. DOI: 10.24912/ja.v20i2.56
21. Исаев А. К., Демьянов В. Н. Анализ факторов, влияющих на доходность корпоративных облигаций. Мат. Всерос. науч.-практ. конф. с междунар. участием «Исследование и проектирование интеллектуальных систем в автомобилестроении, авиастроении и машиностроении» (ISMCA' 2018). (Таганрог, 19–20 апреля 2018 г.). Невинномысск: ЭльДирект; 2018:136–140.
22. Gao F., Dong Y., Ni C., Fu R. Determinants and economic consequences of non-financial disclosure quality. *European Accounting Review*. 2016;25(2):287–317. DOI: 10.1080/09638180.2015.1013049
23. Попова Н. В. Влияние частоты купонных платежей на цену облигации. *Вестник Финансового университета*. 2012;(3):40–44.
24. Попова Н. В. Задача о влиянии числа купонных платежей в году на цену облигации и ее решения. *Фундаментальные исследования*. 2020;(12):186–191.
25. Буклемишев О. В. Рынок еврооблигаций. М.: Дело; 1999. 232 с.
26. Попова Н. В. Влияние частоты купонных платежей на показатель дюрации облигации. *Вестник Финансового университета*. 2015;(4):104–115.
27. Hopewell M. H., Kaufman G. G. Bond price volatility and term to maturity: A generalized respecification. *The American Economic Review*. 1973;63(4):749–753.

## REFERENCES

1. Fabozzi F. J. Bond markets, analysis and strategies. Upper Saddle River, NJ: Pearson/Addison-Wesley; 2004. 670 p. (Russ. ed.: Fabozzi F. J. Rynok obligatsii. Analiz i strategii. Moscow: Alpina Digital; 2007. 950 p.).
2. Malyarov A. N. Interest rate swap algorithm for a portfolio of Russian bonds. In: Proc. 23<sup>rd</sup> All-Russ. sci.-pract. conf. "Science. Business. Education" (Samara, April 12–13, 2018). Samara: Samara State Technical University; 2018:140–152. (In Russ.).
3. Malyarov A. N. Calculation of yield for the period of holding coupon bonds. In: Proc. 23<sup>rd</sup> All-Russ. sci.-pract. conf. "Science. Business. Education" (Samara, April 12–13, 2018). Samara: Samara State Technical University; 2018:153–163. (In Russ.).

4. Kirgizov K. I., Alieva L. P., Luneva V. M. The problem of calculating the yield of a bond. In: Proc. 1<sup>st</sup> Int. sci.-pract. conf. of young scientists “Scientific and technological progress and modern society” (Moscow, January 15, 2017). Moscow: Professional'naya nauka; 2017:88–95. URL: [http://scipro.ru/wp-content/uploads/2017/01/student\\_15012017.pdf](http://scipro.ru/wp-content/uploads/2017/01/student_15012017.pdf) (accessed on 01.08.2022). (In Russ.).
5. Dakhova Z. I., Nosov S. M. Methodology for assessing the yield of bonds listed on the securities market. *Vestnik Belgorodskogo universiteta kooperatsii, ekonomiki i prava = Herald of the Belgorod University of Cooperation, Economics and Law*. 2018;(4):262–269. (In Russ.).
6. Jackovskij M. M. Attractiveness of federal loan bonds for Russian private investors. *Mezhdunarodnyi nauchno-issledovatel'skii zhurnal = International Research Journal*. 2016;(2–1):57–59. (In Russ.). DOI: 10.18454/IRJ.2016.44.026
7. Kuzmin A. Yu. The concept of the amortized cost as the basis for the modern system of international reporting standards. *Uchet. Analiz. Audit = Accounting. Analysis. Auditing*. 2016;(2):42–47. (In Russ.).
8. Kuzmin A. Yu. Standardization of accounting procedures for currency instruments in accordance with international financial reporting standards. In: Actual problems of standardization of accounting, analysis and audit: Scientific notes-2020. Moscow: RuScience; 2020:256–273. (In Russ.).
9. Gitman L. J., Joehnk M. D. Fundamentals of investing. Reading, MA: Addison-Wesley; 1998. 720 p. (Russ. ed.: Gitman L. J., Joehnk M. D. Osnovy investirovaniya. Moscow: Delo; 1999. 1008 p.).
10. Rossokhin V. V. Analysis of risk factors in bond yields. Moscow: Internauka; 2019. 112 p. (In Russ.).
11. Weniasti A., Marsoem B. S. The effect of bonds rating, profitability, leverage, and firm size on yield to maturity corporate bonds. *International Journal of Innovative Science and Research Technology*. 2019;4(8):286–295. URL: <https://www.ijisrt.com/assets/upload/files/IJISRT19AUG452.pdf>
12. Latif A., Marsoem B. S. Analysis of company internal factors on yield to maturity of corporate bonds traded on the Indonesia Stock Exchange. *International Journal of Innovative Science and Research Technology*. 2019;4(10):33–42. URL: [https://ijisrt.com/assets/upload/submitted\\_files/1570163431.pdf](https://ijisrt.com/assets/upload/submitted_files/1570163431.pdf)
13. Suryaningprang A., Suteja J. Analysis of interest rate, capital structure and information risk on yield to maturity and its application on company value: A case study of bond companies listed in the Indonesia Stock Exchange (IDX) from 2009 to 2013. In: Proc. 1<sup>st</sup> Inter-univ. forum for strengthening academic competency (IFSAC-2018). Bandung City: Lemlit Unpas Press; 2019:2–9.
14. Nicodemus S. Determinants of Indonesia corporate bond yield. *Business and Economic Horizons*. 2017;13(5):619–629.
15. Utami S. A., Rohmana Y. Does profitability, firm size, and macroeconomic variable affect yield to maturity of corporate sukuk? *The International Journal of Business Review (The Jobs Review)*. 2019;2(2):75–88. DOI: 10.17509/tjr.v2i2.20921
16. Sintami A. A., Marsoem B. S. Analysis of factors affecting yield to maturity of corporate bonds traded on Indonesia Stock Exchange 2016–2018. *International Journal of Innovative Science and Research Technology*. 2020;5(7):1443–1451. DOI: 10.38124/IJISRT20JUL733
17. Yanto D., Darmansyah D. Determination yield to maturity bonds, audit quality as moderators. *Ecodemica: Jurnal Ekonomi, Manajemen, dan Bisnis*. 2021;5(1):1–14. DOI: 10.31294/jeco.v5i1.8604
18. Dhar S. Determinants of corporate bond's yields in economy. *SSRN Electronic Journal*. 2016. DOI: 10.2139/ssrn.2761308
19. Listiawati L. N., Paramita V. S. Pengaruh Tingkat Suku Bunga, Inflasi, Debt to Equity Ratio, dan Ukuran Perusahaan Terhadap Yield Obligasi pada Perusahaan yang Terdaftar di Bursa Efek Indonesia Tahun 2010–2016. *Jurnal Manajemen*. 2018;15(1):18–32. URL: [https://www.researchgate.net/publication/328235329\\_PENGARUH\\_TINGKAT\\_SUKU\\_BUNGA\\_INFLASI\\_DEBT\\_TO\\_EQUITY\\_RATIO\\_DAN\\_UKURAN\\_PERUSAHAAN\\_TERHADAP\\_YIELD\\_OBLIGASI\\_PADA\\_PERUSAHAAN\\_YANG\\_TERDAFTAR\\_DI\\_BURSA\\_EFEK\\_INDONESIA\\_TAHUN\\_2010\\_-\\_2016](https://www.researchgate.net/publication/328235329_PENGARUH_TINGKAT_SUKU_BUNGA_INFLASI_DEBT_TO_EQUITY_RATIO_DAN_UKURAN_PERUSAHAAN_TERHADAP_YIELD_OBLIGASI_PADA_PERUSAHAAN_YANG_TERDAFTAR_DI_BURSA_EFEK_INDONESIA_TAHUN_2010_-_2016)
20. Nariman A. Pengaruh Faktor Internal Dan Eksternal Perusahaan Terhadap Yield To Maturity Obligasi Korporasi Yang Terdaftar Di Bursa Efek Indonesia. *Jurnal Akuntansi*. 2016;20(2):238–253. DOI: 10.24912/ja.v20i2.56
21. Isaev A. K., Dem'yanov V. N. Analysis of factors affecting the yield of corporate bonds. In: Proc. All-Russ. sci.-pract. conf. with int. particip. “Research and design of intelligent systems in automotive, aircraft and mechanical engineering” (ISMCA' 2018). (Taganrog, April 19–20, 2018). Nevinnomyssk: El'Direkt; 2018:136–140. (In Russ.).

22. Gao F., Dong Y., Ni C., Fu R. Determinants and economic consequences of non-financial disclosure quality. *European Accounting Review*. 2016;25(2):287–317. DOI: 10.1080/09638180.2015.1013049
23. Попова Н. В. The impact of coupon payments frequency on the bond price. *Vestnik Finansovogo universiteta = Bulletin of the Financial University*. 2012;(3):40–44. (In Russ.).
24. Попова Н. В. The problem of the influence of the number of coupon payment per year on the bond price and its solutions. *Fundamental'nye issledovaniya = Fundamental Research*. 2020;(12):186–191.
25. Buklemishev O. V. Eurobond market. Moscow: Delo; 1999. 232 p. (In Russ.).
26. Попова Н. В. The impact of coupon payment frequency on bond duration. *Vestnik Finansovogo universiteta = Bulletin of the Financial University*. 2015;(4):104–115. (In Russ.).
27. Hopewell M. H., Kaufman G. G. Bond price volatility and term to maturity: A generalized respecification. *The American Economic Review*. 1973;63(4):749–753.

### ИНФОРМАЦИЯ ОБ АВТОРЕ / ABOUT THE AUTHOR



**Наталья Владимировна Попова** — кандидат физико-математических наук, доцент кафедры высшей математики, РЭУ им. Г. В. Плеханова, Москва, Россия  
**Natalya V. Popova** — Cand. Sci. (Phys. and Math.), Assoc. Prof., Department of Higher Mathematics, Plekhanov Russian University of Economics, Moscow, Russia  
<http://orcid.org/0000-0002-3700-5249>  
nat\_popova\_@mail.ru

*Конфликт интересов: автор заявляет об отсутствии конфликта интересов.*  
*Conflicts of Interest Statement: The author has no conflicts of interest to declare.*

*Статья поступила в редакцию 20.08.2022; после рецензирования 03.09.2022; принята к публикации 27.01.2023.*

*Автор прочитала и одобрила окончательный вариант рукописи.*

*The article was submitted on 20.08.2022; revised on 03.09.2022 and accepted for publication on 27.01.2023.*  
*The author read and approved the final version of the manuscript.*