УДК 338.984
JEL C63

АЛГОРИТМ ПЛАНИРОВАНИЯ ПРОЕКТОВ

КОНДРАШОВ ЮРИЙ НИКОЛАЕВИЧ,
доктор технических наук, профессор Департамента анализа данных, принятия решений и финансовых технологий, Финансовый университет, Москва, Россия
E-mail: *jkondr@yandex.ru*

ЧАШИН МИХАИЛ ОЛЕГОВИЧ,
аспирант Департамента анализа данных, принятия решений и финансовых технологий, Финансовый университет, Москва, Россия
E-mail: *chashinm@inbox.ru*

АННОТАЦИЯ

В настоящее время наблюдается стабильное увеличение сложности и трудоемкости проектов в различных областях человеческой деятельности и возникает необходимость совершенствования алгоритмов их планирования на предприятиях. В данной статье рассматриваются алгоритм и реализующие процедуры планирования проектов. Базовой моделью, на которой функционирует предложенный алгоритм, является модифицированная ресурсная сетевая модель, позволяющая использовать в процедурах планирования регулярные алгоритмы оптимизации и гибко формировать критерии планового решения. В алгоритме планирования предлагается использовать безразмерные коэффициенты интенсивности, значения которых являются хорошо интерпретируемыми, что значительно облегчает использование этих коэффициентов в процедурах планирования. Приводятся модифицированная ресурсная сетевая модель, основные критерии для оптимизации временных параметров проектов и для оптимизации использования ресурсов. Также подробно рассматривается итерационный алгоритм планирования.

Ключевые слова: экономико-математические модели, планирование, ресурсная сетевая модель, оптимизация.

ALGORITHM FOR PLANNING PROJECTS

Y.N. KONDRASHOV
ScD (Engineering), full professor of the Applied Informatics Chair, Financial University, Moscow, Russia
E-mail: *jkondr@yandex.ru*

M.O. CHASHCHIN
post-graduate of the Applied Informatics Chair, Financial University, Moscow, Russia
E-mail: *chashinm@inbox.ru*

ABSTRACT

An ever-increasing difficulty and complexity of projects in various fields of human activities makes it necessary to improve the project planning algorithms at enterprises. The article considers the algorithm and procedures for implementing the project planning process. The proposed algorithm uses a modified resource network model that allows using regular optimization algorithms in planning procedures, and provides flexibility in establishing criteria for planned decision. The suggested planning algorithm uses dimensionless intensity coefficients, their values are well interpreted and this fact greatly facilitates their use in planning procedures. The authors describes a modified resource network model as well as the main criteria to optimize the time parameters for both projects and resources. An iterative planning algorithm is also discussed in detail.

Keywords: economic and mathematical models, planning; optimization of the resource network model.

Сложность современных проектов во всех сферах деятельности обусловливает рост трудоемкости их реализации, увеличение стоимости и длительности. В этих условиях планирование и управление проектами должно опираться на совершенные алгоритмы и процедуры управления [1].

Для управления проектами широко используют экономико-математические модели календарного планирования. Календарные модели характеризуются структуризацией процесса разработки на отдельные операции, между которыми существуют логические взаимосвязи, и позволяют строить расписание выполнения взаимосвязанных операций для заданных функций времени существующих ресурсных ограничений [2].

В целом календарные модели обладают большими потенциальными возможностями для решения современных задач управления проектами. Однако математический аппарат для формирования плановых решений на календарных моделях требует развития. В частности, можно отметить, что для формирования плановых решений на ресурсной сетевой модели в настоящее время используются эвристические алгоритмы, неудобные для оптимизации плановых решений. Предлагается другой способ решения задач планирования на многопроектных ресурсных сетевых моделях.

Множество используемых видов ресурсов R можно разделить на подмножества, определяющие различные режимы потребления ресурсов операциями [2]. Одни виды ресурсов (R') определяют время выполнения операций (чем больше ресурсов используется в каждый момент времени выполнения операции, тем меньше общая длительность операции). Примером таких видов ресурсов могут быть трудовые ресурсы (при известном значении общего количества необходимых трудовых ресурсов для выполнения операции увеличение количества участников уменьшает длительность операции). Другие виды ресурсов (R'') не определяют время выполнения операции (в каждый момент времени выполнения операции требуется наличие необходимого количества ресурсов). Примером такого вида ресурсов может быть некоторый тип производственной мощности, используемой в процессе выполнения операции.

Время выполнения операции t_{ij} определяется скоростью вложения ресурсов (принадлежащих R'), которая характеризует интенсивность выполнения операции. Если обозначить скорость вложения r-го ресурса $r \in R'$, в (i,j)-ю операцию $K_{ij}^r(t)$, то количество затраченного на операцию ресурса определяется выражением

$$V_{ij}^r = \int_{t_i}^{t} K_{ij}^r(t)\,dt \quad r \in R.$$

Если $K_{ij}^r = \text{const}$, то выражение принимает вид

$$V_{ij}^r = K_{ij}^r(t - t_i).$$

На величину $K_{ij}^r(t)$ налагаются ограничения:

$$\alpha_{ij}^r \le K_{ij}^r(t) \le \beta_{ij}^r,$$

где α_{ij}^r и β_{ij}^r — соответственно минимальная и максимально допустимая скорости вложения r-го ресурса.

Операция считается выполненной при $V_{ij}^r = \varphi_{ij}^r$.

При известных значениях φ_{ij}^r и K_{ij}^r время выполнения (i, j) операции по r-му ресурсу будет определяться выражением

$$t_{ij}^r = \frac{\varphi_{ij}^r}{K_{ij}^r}.$$

Время выполнение операции t_{ij} определяется

$$t_{ij}^r = \max_r\left(t_{ij}^r\right).$$

Если операция (i, j) начинается в момент времени T_{ij}^i и заканчивается в момент времени $T_{ij}^{ê}$, то требуемые для ее проведения ресурсы r-го вида можно записать как функцию времени:

$$K_{ij}^r(t) = K_{ij}^r\left[\sigma\left(t - T_{ij}^i\right) - \sigma\left(t - T_{ij}^{ê}\right)\right],$$

где $\sigma(t) = \begin{cases} 0, t < 0 \\ 1, t > 0 \end{cases}$.

Для всех операций, проводимых в момент времени t, должно выполняться условие

$$\sum_{\{u'\}} K_{ij}^r(t) \le \Phi^r(t) \quad r \in R,$$

где $\{u'\}$ — множество операций, выполняемых в момент времени t, $\Phi^r(t)$ — имеющееся количество ресурса. В отличие от однопроектных сетевых моделей, в данном случае не делается предположение о связанности сети, и множество $\{u'\}$ может включать операции, принадлежащие разным разработкам, т.е. рассматриваемая календарная модель будет многопроектной.

Задача формирования допустимого плана на ресурсной сетевой модели заключается в построении расписания выполнения операций $\{T_{ij}\}$, удовлетворяющего технологическим ограничениям на допустимую последовательность выполнения операций, заданную структурой сетевой модели. Эти ограничения могут быть заданы

$$T_{ij}^{i} \geq T_i \ ,$$

$$T_{ij}^{i} + t_{ij} \leq T_j$$

при приведенных ресурсных ограничениях.

Задачу формирования допустимого плана на ресурсной сетевой модели можно сформулировать следующим образом. При известном значении φ_{ij}^{r} (количество ресурса r-го вида, $r \in R$ необходимого для выполнения ij-й операции) имеет место обратная зависимость времени выполнения операции от скорости вложения ресурса.

Из условия $\alpha_{ij}^{r} \leq K_{ij}^{r} \leq \beta_{ij}^{r}$ можно получить значения максимального и минимального технологически допустимого времени выполнения ij-й операции по r-му ресурсу:

$$t_{ij}^{'r} = \frac{\varphi_{ij}^{r}}{\alpha_{ij}^{r}}, \quad t_{ij}^{''r} = \frac{\varphi_{ij}^{r}}{\beta_{ij}^{r}}.$$

Значения t_{ij} для работ проектов определяются путем обработки статистических данных и характеризуют некоторую усредненную (нормальную) скорость вложения потребляемых ресурсов. Если обозначить это время $t_{cp\,ij}$, то можно записать условия, вытекающие из

$$\frac{t_{cp\,ij}}{t_{ij}^{'r}} \leq \frac{t_{cp\,ij}}{t_{ij}^{r}} \leq \frac{t_{cp\,ij}}{t_{ij}^{''r}},$$

которые определяют область относительных значений интенсивности выполнения ij-й работы по r-му ресурсу. Обозначим относительную интенсивность (коэффициент интенсивности) y_{ij}^{r}. Область значений коэффициента интенсивности определяется неравенствами

$$y_{ij\,\min}^{r} \leq y_{ij}^{r} \leq y_{ij\,\max}^{r},$$

где

$$y_{ij\,\min}^{r} = \frac{t_{cp\,ij}}{t_{ij}^{'r}},$$

$$y_{ij\,\max}^{r} = \frac{t_{cp\,ij}}{t_{ij}^{''r}}.$$

При выполнении (i,j)-й работы с нормальной интенсивностью вложения r-го ресурса $\left(y_{ij}^{r} = 1\right)$ $t_{ij} = t_{cp\,ij}$. Увеличение коэффициента интенсивности выполнения операции y_{ij}^{r} по r-му ресурсу означает увеличение интенсивности ее выполнения и приводит к уменьшению длительности. При уменьшении коэффициента интенсивности длительность операции увеличивается. Время выполнения операции t_{ij}^{r} по r-му ресурсу при известном значении коэффициента интенсивности y_{ij}^{r} определяется

$$t_{ij}^{r} = \frac{t_{cp\,ij}}{y_{ij}^{r}}.$$

Для различных видов ресурсов могут существовать разные зависимости времени выполнения операции от скорости вложения ресурсов, или коэффициентов интенсивности. В общем виде это можно задать

$$t_{ij}^{r} = \frac{t_{ij\,cp}^{\ \ r}}{y_{ij}^{rK}},$$

где значение коэффициента K определяет вид зависимости.

Далее, с учетом входимости каждой (i,j)-й операции в проект, будем обозначать соответственно коэффициенты интенсивности и необходимые для выполнения операции ресурсы $y_{n\,ij}^{r}$ и $\varphi_{n\,ij}^{r}$, где n — индекс проекта.

Ресурсные ограничения определяются функцией времени $\Phi^{r}(t)$, где r — вид ресурса ($r \in R$). Введем период планирования $[O,\ T]$ и разобьем его на отрезки

$$T = \left[t_{s-1}, t_s\right], \quad s = 1, 2, ..., S, \quad t_0 = O, \quad t_s = T.$$

Множество этапов планируемого периода обозначим S. Для каждого из этапов планируемого периода определены значения Φ_{rs}($r \in R,\ s \in S$), которые являются ресурсными ограничениями.

Введем долю (i,j)-й операции n-го проекта, приходящуюся на s-й этап планируемого периода, и обозначим ее $x_{n\,ij\,s}$, которая является функцией введенных аргументов. Если для выполнения (i,j)-й операции, входящей в n-й проект, необходимо затратить количество r-го ресурса $\left(r \in R'\right), V_{ij}^{r} = \varphi_{ij}^{r}$, то, предполагая равномерность потребления ресурса при выполнении операции, потребление этого ресурса в s-м этапе планируемого периода пропорционально доле операции, приходящейся на этап (значению $x_{n\,ij\,s}$). Для подмножества ресурсов R' область значений $x_{nij\,s}^{r}, r \in R'$ совпадает с областью значений $x_{n\,ij\,s}^{r}$ и определяется $0 \le x_{n\,ij\,s}^{r} \le 1$. Для подмножества ресурсов R'' значение $x_{n\,ij\,s}^{r} = 1$, если $x_{n\,ij\,s}^{r} > 0$, и $x_{n\,ij\,s}^{r} = 0$ в противном случае. Значения $x_{n\,ij\,s}^{r}$ являются функцией введенных коэффициентов интенсивности (аргументов формирования планового решения).

При одновременном использовании ресурса несколькими проектами, для каждого из которых задана сеть $G_n(X,U)$, $n \in N$-множеству проектов, допустимый по ресурсам план определяется системой ограничений

$$\sum_{n\in N}\sum_{\{i,j\}\in U_n} x_{nij\,s}^{r}\left(y_{nij}^{r}\right)\varphi_{nij}^{r} \le \Phi_{rs}, \quad r \in R, \quad s \in S.$$

Значения правых частей ограничений Φ_{rs} задаются по-разному для различных типов ресурсов. Для ресурсов типа «мощность» $\Phi^r(t)$, $r \in R^M$-множеству ресурсов данного типа задается в виде кусочно-постоянной функции $\Phi(s)$. Для ресурсов типа «энергия», т.е. ресурсов, которые расходуются при выполнении операции, задается значение $\Phi_r(o)$, $r \in R^M$-множеству ресурсов данного типа, для $s = 1$ (первый интервал планируемого периода). Значение Φ_{rs} в этом случае определяется по формуле

$$\Phi_{rs} = \Phi_r\left(o\right) - \sum_{s=1}^{s-1}\sum_{n\in N}\sum_{\{i,j\}\in U_n} x_{nij\,s}^{r}\left(y_{nij}^{r}\right)\varphi_{nij}^{r}, s \in S.$$

Ввиду нелинейности ограничений при задании некоторого критерия $F \to \min(\max)$ задача оптимизации плана реализации проектов на рассмотренной ресурсной сетевой модели сводится к задаче нелинейного программирования [2].

Результатом решения оптимизационной задачи является значение целевой функции, вектор значений аргументов

$$\overline{y}^{*} = \arg\min_{\overline{y}\in G}\left(\max\right)F\left(\overline{y}\right),$$

где G — область допустимых значений аргументов и соответствующее значениям элементов вектора аргументов расписание выполнения операций $\{T_{ij}\}$.

Критерии для решения оптимизационных задач могут быть разделены на две группы: для оптимизации временных параметров проектов и для оптимизации использования ресурсов [3].

Среди критериев первой группы можно выделить следующие. Критерий минимизации общего времени выполнения программы проектов

$$\sum_{n} t_n\left(\overline{y}\right) \to \min,$$

где $n \in N$ — множество включенных в критерий проектов, $\overline{y}$ — вектор аргументов формирования плана.

Если заданы директивные сроки окончания проектов, то может использоваться критерий минимизации отклонения времени реализации проектов от директивных $t_{n\,dir}$:

$$\sum_{n} C_n\left(t_n\left(\overline{y}\right) - t_{n\,dir}\right) \to \min,$$

где C_n — приоритет проекта.

Максминные критерии для оптимизации временных параметров проектов имеют вид

$$\max_{n} t_n\left(\overline{y}\right) \to \min$$

или

$$\max_{n} C_n\left(t_n\left(\overline{y}\right) - t_{n\,dir}\right) \to \min.$$

К критериям оптимизации использования ресурсов относятся следующие. Минимизация отклонения функции потребления ресурса при реализации программы проектов $\Phi^r\left(t,\overline{y}\right)$, где $\overline{y}$ — вектор аргументов формирования плана, от заданной функции имеющегося ресурса $\Psi^r\left(t\right)$:

$$\max_{t}\left|\Psi^r\left(t\right) - \Phi^r\left(t,\overline{y}\right)\right| \to \min.$$

Критерий можно применять как для допустимых по ресурсам планам реализации проектов $\left(\Psi^r\left(t\right) \ge \Phi^r\left(t,\overline{y}\right)\right)$, так и для недопустимых $\left(\Psi^r\left(t\right) < \Phi^r\left(t,\overline{y}\right)\right)$.

В первом случае обеспечивается наилучшая загрузка r-го ресурса, а во втором — наилучшее приближение к допустимому по данному ресурсу плану. В частности, оптимизированные по данному критерию недопустимые планы могут использоваться для последующей корректировки под них ресурсного обеспечения.

Трансформируя критерий, получим $\min\limits_t \left|\Psi^r(t) - \Phi^r(t,\bar{y})\right| \to \max$, который может применяться для допустимых по ресурсу планам, обеспечивая в этом случае максимизацию экономии ресурса. В частности, используя данный критерий для финансовых ресурсов, можно получить план реализации проектов с минимальной стоимостью.

Критерии могут быть обобщены для множества ресурсов. В этом случае критерий примет вид

$$\max_t\left(\varphi^r(t)\frac{\left|\Psi^r(t)-\Phi^r(t,\bar{y})\right|}{\hat{\Phi}^r(t)}\right)\to \min,$$

где $\varphi^r(t)$ — весовая функция, $\hat{\Phi}^r(t)$ × нормирующая величина (используется для ресурсов, имеющих разные единицы измерения). Для рассмотренного задания ресурсных ограничений по этапам планируемого периода функции $\Psi^r(t)$ и $\Phi^r(t,\bar{y})$ являются кусочно-постоянными функциями Ψ_s^r и $\Phi_s^r(\bar{y}), s \in S$-множеству интервалов планируемого периода.

В этом случае приведенные ресурсные критерии будут иметь вид:

$$\max_s\left|\Psi_s^{\,r} - \Phi_s^{\,r}(\bar{y})\right| \to \min,$$

$$\max_{r,s}\left(\varphi_s^{\,r}\frac{\left|\Psi_s^{\,r}-\Phi_s^{\,r}(\bar{y})\right|}{\hat{\Phi}_s^{\,r}}\right)\to \min,$$

где $r \in \hat{R}$ — подмножество включенных в критерий ресурсов.

Приведенные критерии и их комбинации обеспечивают возможность формирования плановых задач в различных постановках.

В качестве примера рассмотрим критерий минимизации общего времени выполнения программы проектов

$$\sum_n t_n(\bar{y}) \to \min.$$

Этот критерий можно рассматривать как линейную свертку с заданными приоритетами.

Для решения этой задачи может быть предложен следующий алгоритм.

1. Задание желательных значений $t_1, t_2, \ldots, t_n$, $n \in N$.

2. Определение значений аргументов y_{nir}, $n \in N,\ i \in I,\ r \in R$ путем решения N уравнений $t_n = t_n(y_{nir})$. При этом автоматически проверяется выполнение интервальных ограничений и проводится соответствующая корректировка значений t_n.

3. Вычисление значений ограничений

$$\sum\sum x_{nis}(y_{nir}, x_{ns})\,\varphi_{nir}.$$

Если $\min\limits_{r,s}\left|\Phi_{rs} - \sum\limits_n\sum\limits_i x_{nis}(y_{nir}, x_{ns})\,\varphi_{nir}\right| < \delta,$

где δ задает допустимую точность полученного решения, то полученное решение является эффективным и возможен переход к блоку 1. В противном случае — переход к блоку 4.

4. Если $\sum\limits_n\sum\limits_i x_{nis}(y_{nir}, x_{ns})\,\varphi_{nir} \le \Phi_{rs} \quad {}_{r\in R \quad s\in S}$, то возможно улучшение значений показателей плана и переход к 4.1. В противном случае полученное решение недопустимо и необходима его корректировка, переход к 4.2.

4.1. Решается $r \times s$ уравнений вида

$$\sum_n\sum_i x_{nis}(\lambda y_{nir}, x_{ns})\,\varphi_{nir} = \Phi_{rs}$$

относительно λ, которое ищется в диапазоне

$$1 \le \lambda \le \frac{y_{nir\,\max}}{\max(y_{nir})},$$

обеспечивающем выполнение интервальных ограничений. Выбор $\lambda = \min\limits_{r,s}(\lambda)$ по результатам решения всех уравнений и вычислений новых значений аргументов по формулам $y_{nir} = \lambda y_{nir} (\lambda > 1)$. Переход к блоку 3.

4.2. Решается $r \times s$ уравнений вида

$$\sum_n\sum_i x_{nis}(\lambda y_n, x_{ns})\,\varphi_{nir} = \Phi_{rs}$$

относительно λ, которое ищется в диапазоне

$$\frac{y_{n\,\min}}{\min(y_{nir})} \le \lambda \le 1.$$

Выбор $\lambda = \min\limits_{r,s}(\lambda)$ по результатам решения всех уравнений и вычисление новых значений аргументов по формулам $y_{nir} = \lambda y_{nir} (\lambda < 1)$, переход к блоку 3.

5. Конец.

Строгое математическое обоснование рассмотренного алгоритма строится исходя из условия монотонности (возрастающей или убывающей) функций ограничений $g_k(x_1)$ [4]. Применительно к алгоритму формирования плана разработок на сетевой модели это условие основывается на следующей гипотезе: в области напряженных планов для критичных интервалов планируемого периода функция $\sum\limits_n \sum\limits_i x_{nis}\left(y_{nir}, x_{ns}\right)\varphi_{nir}$ является монотонной.

Реализация рассмотренного алгоритма с некоторыми модификациями для предотвращения зацикливаний и его тестирование на различных наборах исходных данных показали работоспособность обосновывающей гипотезы. На основе рассмотренного алгоритма строятся эффективные диалоговые процедуры варьирования определяющих параметров плана создания проектов, обеспечивающие получение допустимых решений при сохранении структуры предпочтений ЛПР. Особенно эффективно применение данного алгоритма в процедурах планирования при большой размерности плановой задачи.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Кочкаров Р.А.* Планирование, прогнозирование и программно-целевое управление экономикой // Вестник Финансового университета. 2012. № 4 (70).
2. *Кондрашов Ю.Н.* Принципы построения систем поддержки принятия решений при планировании разработок в иерархических структурах // Вопросы оборонной техники. Серия 3. 1991. № 6.
3. *Кондрашов Ю.Н., Чашин М.О.* Модель согласования планов в иерархической организационной структуре // Управление экономическими системами: электронный научный журнал. 2015. № 2 (74). Режим доступа: http://www.uecs.ru/index.php?option=com_flexicontent&view=items&id=3347.
4. *Поспелов Г.С.* Программно-целевое планирование и управление: учеб. пособие. М.: Эксмо, 2008.

REFERENCES

1. *Kachkarov R.A.* Planirovanie, prognozirovanie i programmno-celevoe upravlenie jekonomikoj [Planning, forecasting and program-targeted management of the economy]. *Vestnik Finansovogo universiteta — Bulletin of the Financial university*, 2012, no. 4 (70) (in Russian).
2. *Kondrashov J.N.* Principy postroenija sistem podderzhki prinjatija reshenij pri planirovanii razrabotok v ierarhicheskih strukturah [The principles of creation of systems of support of a decision making when scheduling developments in hierarchical structures]. *Voprosy oboronnoj tehniki — Questions of defensive technique*, serija 3, 1991, no. 6 (in Russian).
3. *Kondrashov J.N., Chashin M.O.* Model' soglasovanija planov v ierarhicheskoj organizacionnoj strukture [Model of coordination of plans in hierarchical organizational structure]. *Upravlenie jekonomicheskimi sistemami: jelektronnyj nauchnyj zhurnal — Management of economic systems: electronic scientific magazine*, 2015, no. 2 (74). Available at: http://www.uecs.ru/index.php?option=com_flexicontent&view=items&id=3347 (in Russian).
4. *Pospelov G.S.* Programmno-celevoe planirovanie i upravlenie: uchebnoe posobie [Program and target scheduling and management: studies. grant]. Moscow, Eksmo, 2008 (in Russian).