

DOI: 10.26794/2587-5671-2025-29-4-1902-01

УДК 378:50(045)

JEL C32, C49, C53, F49

Анализ стабильности модели прогнозирования объемов взаимной торговли России с партнерами БРИКС

Л.О. Бабешко, В.А. Бывшев

Финансовый университет, Москва, Россия

АННОТАЦИЯ

Работа посвящена построению моделей прогнозирования объемов торговли России со странами БРИКС в условиях санкций. Торговля между странами БРИКС является экономическим фундаментом их всестороннего взаимодействия и процветания, поэтому проблема качественного прогнозирования объемов этой торговли в условиях беспрецедентных западных санкций против России представляется **актуальной** задачей эконометрического моделирования. **Цель исследования** — повышение точности прогнозов товарооборота России с партнерами БРИКС за счет обеспечения стабильности модели прогнозирования в условиях санкционного давления со стороны западных стран и пандемии. В качестве эконометрического инструмента выбрана **система одновременных уравнений**, описывающих внешнеторговый оборот каждой страны (отличной от России) при помощи годовых уровней макроэкономических факторов: ВВП стран БРИКС, цен на нефть марки Brent, обменного курса американского доллара и индикатора наличия пандемии на временном промежутке 2000–2022 гг. Чтобы принять во внимание структурные изменения в быстрорастущих экономиках таких стран, как Индия и Китай, для описания их поведенческих уравнений в системе одновременных уравнений применялись **двухфазные модели** (модели с переключением). В качестве теста на значимость структурных изменений, в силу малого объема выборки после структурных изменений, использовался **предсказательный тест Чоу** (*Chow forecast test*). Учет значимых структурных изменений (в постпандемийном периоде) в рамках моделей с переключениями позволил повысить точность прогноза объемов товарооборота РФ в 2,5 раза. **Ключевые слова:** внешнеторговый оборот; система одновременных уравнений; авторегрессионная модель с распределенными лагами; диагностика модели; структурные сдвиги; предсказательный тест Чоу; двухфазная модель

Для цитирования: Бабешко Л.О., Бывшев В.А. Анализ стабильности модели прогнозирования объемов взаимной торговли России с партнерами БРИКС. *Финансы: теория и практика*. 2025;29(4). DOI: 10.26794/2587-5671-2025-29-4-1902-01

ORIGINAL PAPER

Analysis of the Stability of the Model for Forecasting Mutual Volumes Russia's Trade with BRICS Partners

L.O. Babeshko, V.A. Byvshev

Financial University, Moscow, Russia

ABSTRACT

The paper is devoted to the construction of models for forecasting the volume of trade between Russia and the BRICS countries under sanctions. Trade between the BRICS countries is the economic foundation of their comprehensive interaction and prosperity, therefore the problem of high-quality forecasting of the volume of this trade under unprecedented Western sanctions against Russia seems to be a **relevant task** of econometric modeling. The aim of the study is to improve the accuracy of forecasts of Russia's trade turnover with BRICS partners by ensuring the stability of the forecasting model in the context of sanctions pressure from Western countries and the pandemic. The econometric tool chosen is a **system of simultaneous equations** describing the foreign trade turnover of each country (other than Russia) using annual levels of macroeconomic factors: the GDP of the BRICS countries, Brent oil prices, the US dollar exchange rate and the pandemic indicator over the time period 2000–2022. In order to take into account structural changes in fast-growing economies such as India and China, **two-phase models** (switching models) were used to describe their behavioral equations in a system of simultaneous equations. As a test for the significance of structural changes, due to the small sample size after structural changes, the Chow forecast test was used. Taking into account significant structural changes (in the post-pandemic period) within the framework of switching models allowed us to increase the accuracy of the forecast of the volume of trade turnover of the Russian Federation by 2.5 times.

Keywords: foreign trade turnover; system of simultaneous equations; autoregressive model with distributed lags; model diagnostics; structural breaks; Chow predictive test; two-phase model

For citation: Babeshko L.O., Byvshev V.A. Analysis of the stability of the model for forecasting mutual volumes Russia's trade with BRICS partners. *Finance: Theory and Practice*. 2025;29(4). DOI: 10.26794/2587-5671-2025-29-4-1902-01

© Бабешко Л.О., Бывшев В.А., 2024

ВВЕДЕНИЕ

Внешняя торговля как составляющая сотрудничества различных государств служит экономическим фундаментом их всестороннего взаимодействия. Это в полной мере относится к взаимодействию стран, входящих в объединение БРИКС. Приступая к обсуждению и решению задач в предлагаемой работе, напомним, что БРИКС — это платформа для развития диалога и сотрудничества между Бразилией, Россией, Индией, Китаем и Южной Африкой, которые в совокупности занимают 30% суши и на долю которых приходится 42% населения планеты, 21% мирового валового внутреннего продукта (ВВП), 17,3% мировой торговли товарами, 12,7% мировой торговли услугами и 45% мирового сельскохозяйственного производства [1]. Несмотря на ряд трудностей, связанных с географическим фактором, вопросом продовольственной безопасности, антироссийскими санкционными ограничениями, возможностью введения вторичных санкций, с которыми сталкиваются страны БРИКС, их взаимодействие в торгово-экономической сфере лишь возрастает (страны-участницы обеспечивают 18% мирового экспорта). Этому в значительной мере способствуют договоренности между странами, включающие соглашения о свободной торговле, освобождении от тарифов, снижении тарифов, а также упрощение процедур торговли в различных секторах товаров и услуг. Помимо торговых отношений, сотрудничество между странами БРИКС способствовало увеличению как внутренних, так и внешних прямых иностранных инвестиций (ПИИ), что сделало страны БРИКС важными участниками мировой экономики [2]. Значения ПИИ трудно переоценить, так как они способствуют распространению новых технологий в обрабатывающем секторе принимающей страны [3].

Для эффективного обеспечения координации России со странами-партнерами в области реализации торгово-экономических отношений (транспортно-логистических проектов, продовольственной безопасности и т.д.) возникает задача прогнозирования объемов товарооборота взаимной торговли. Одним из подходов ее решения является построение эконометрических моделей, позволяющих оценивать и прогнозировать значения эндогенных переменных и на основе количественного анализа причинно-следственных связей принимать обоснованные экономические и финансовые решения. Основным требованием к прогнозным моделям является требование стабильности их коэффици-

ентов. Однако период исследования, используемый в данной работе (с 2000 по 2023 г.), характеризуется значительными структурными изменениями в экономике стран БРИКС, вызванными беспрецедентными санкциями западных стран.

Линейные модели, используемые на интервалах 2000–2019 и 2000–2020 гг., не способны «ухватить» появившиеся нелинейные закономерности. Для решения этой проблемы в работе используются модели с переключением режимов — модели временных рядов, характеризующиеся различным поведением на разных временных интервалах. Из-за недостаточности наблюдений в периоде после структурных изменений (2020–2023 гг.) для проверки их значимого влияния на стабильность модели прогнозирования объемов товарооборота России со странами партнерами используется предсказательный тест Чоу.

ОБЗОР ЛИТЕРАТУРЫ

Для моделирования внешнеторгового оборота стран БРИКС в большинстве научных исследований используются гравитационные модели. Идеи гравитационного подхода стартовали с работ [4, 5] и являлись одной из форм оценки интенсивности товарооборота в городской сети, а затем и в мировой экономике. В работе [6] для моделирования внешнеторгового оборота стран БРИКС использовались гравитационные модели, отражающие его зависимость от ВВП (экономического потенциала торгующих стран) и расстояния между ними (фактора, определяющего величину издержек). В качестве модели взаимосвязи между переменными выбрана степенная модель.

В работе [7] обсуждаются варианты динамических гравитационных моделей внешней торговли стран БРИКС, в которых экспорт и импорт зависят от показателей обоих агентов взаимной торговли, в частности от размера их экономик, характеризующегося валовым внутренним продуктом. Изучению динамики торговли между Индией и странами БРИКС посвящена работа [8]. В основу анализа торговли положена гравитационная модель. Для количественной оценки соответствия экспорта Индии потребностям партнеров БРИКС авторами предложен новый индекс — индекс экспортных стремлений.

Из приложений моделей многомерных временных рядов к сфере изучения динамики экспортно-импортных отношений широкое применение получили модели векторной авторегрессии и модели коррекции ошибок [9, 10]. В работе [9] построена и оценена модель глобальной векторной

авторегрессии (GVAR), охватывающей 33 страны. Рассмотрена возможность включения в качестве регрессоров таких финансовых переменных, как долгосрочные процентные ставки, реальные цены акций, реальный объем производства и инфляция. В результате исследования авторы пришли к выводу, что включение долгосрочных процентных ставок и реальных цен на акции помогает улучшить прогнозы только для стран с развитой экономикой.

Цель работы [10] — изучение влияния внешних и внутренних шоков на экспорт текстиля Пакистана при помощи структурной модели векторной авторегрессии (SVAR). Внешние шоки модели характеризуют влияние неблагоприятных поставок, отрицательные финансовые результаты, положительные шоки — доход от финансовой операции. Внутренние шоки отражают влияние внутренних макроэкономических факторов экономического производства, уровня цен, процентной ставки и обменного курса. В результате применения инструментов исследования моделей векторной авторегрессии (функций импульсного отклика и разложения дисперсии) автор пришел к выводу о значимости влияния внешних и внутренних шоков на изменчивость спроса на экспорт текстильного сектора Пакистана.

В качестве инструмента исследования связи между экономическим ростом, открытостью торговли и валовым накоплением капитала в странах БРИКС в статье [11] используются авторегрессионные модели с распределенными лагами и модели коррекции ошибок. Для большинства стран БРИКС проверка причинно-следственной связи по Грейнджеру показывает однонаправленную причинно-следственную связь от открытости торговли к экономическому росту. Двухнаправленная причинно-следственная связь обнаружена между открытостью торговли и экономическим ростом только для Китая.

В работе [12] авторегрессионные модели с распределенными лагами использованы для анализа причинно-следственных связей между прямыми иностранными инвестициями, открытостью торговли и валовым внутренним продуктом в странах БРИКС за период 1990–2018 гг. Эмпирические результаты показали, что ПИИ и открытость торговли оказывают положительное влияние на долгосрочный экономический рост.

Применение эконометрических моделей для панельных данных при исследовании величины товарооборота между несколькими странами рассматривается в трудах [13–16]. В работе [13] исследуется товарооборот между Республикой Беларусь

и странами ЕС. В качестве предопределенных переменных в модель включены: валовой национальный продукт, официальный обменный курс рубля к доллару США, лаговое значение экспорта (для корректировки автокорреляции случайной ошибки модели), расстояния между столицами.

В работе [14] в результате эконометрического анализа взаимосвязи торговых отношений внутри Евразийского экономического союза выбрана функциональная форма модели (логлинейная) и тип модели для панельных данных в отраслевом разрезе (модель с фиксированными эффектами). Авторами сформулирована и решена проблема нулевых наблюдений, возникающая при оценивании гравитационных моделей в логлинейной форме. Модель с фиксированными эффектами оказалась адекватной и при моделировании взаимной торговли государств — членов ЕАЭС товарами, агрегированными до уровня отраслевой экономики.

Применение аппарата моделей для панельных данных при изучении взаимосвязи между открытостью торговли и налогообложением в странах БРИКС приводится в работе [15]. В результате исследования авторы пришли к выводу, что свобода торговли, торговый коэффициент и средний объем торговли увеличивают соотношение налогов к ВВП и собираемость налогов.

Для моделирования международной торговли и национального производства овощей в Румынии в статье [16] применен метод пространственной регрессии к панельным данным. Для обоснования конкурентоспособности овощеводства в стране авторы использовали модель М. Портера.

В статье [1] для оценки товарооборота России со странами БРИКС используется система одновременных уравнений. Такой подход позволяет учесть специфические особенности экономических закономерностей экспорта и импорта стран-участниц.

ОПИСАНИЕ СПЕЦИФИКАЦИИ И ДАННЫХ ЭКОНОМЕТРИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ

Для прогнозирования уровня внешнеторгового оборота России со странами БРИКС в данной работе выбрана эконометрическая модель в виде системы линейных одновременных уравнений (СОУ). Поведенческие уравнения этой модели описывают текущие уровни внешнеторгового оборота каждой страны (отличной от России) на период t в зависимости от ряда макроэкономических факторов, которые затем в тождестве позволяют определить текущее значение внешнеторгового оборота России:

$$\begin{cases} FT_{1t} = a_{10} + a_{11}FT_{1t-1} + a_{12}Y_{t-1} + a_{13}Y_{1t-1} + a_{14}P_t + a_{15}Oil_t + a_{16}D_t + u_{1t} \\ FT_{2t} = a_{20} + a_{21}FT_{2t-1} + a_{22}Y_{t-1} + a_{23}Y_{2t-1} + a_{24}P_t + a_{25}Oil_t + a_{26}D_t + u_{2t} \\ FT_{3t} = a_{30} + a_{31}FT_{3t-1} + a_{32}Y_{t-1} + a_{33}Y_{3t-1} + a_{34}P_t + a_{35}Oil_t + a_{36}D_t + u_{3t} , \\ FT_{4t} = a_{40} + a_{41}FT_{4t-1} + a_{42}Y_{t-1} + a_{43}Y_{4t-1} + a_{44}P_t + a_{45}Oil_t + a_{46}D_t + u_{4t} \\ FT_t = FT_{1t} + FT_{2t} + FT_{3t} + FT_{4t} \end{cases} \quad (1)$$

где $FT_{jt} = EX_{jt} + IM_{jt}$ — внешнеторговый оборот России со страной, $j = 1, \dots, 4$ (Бразилия — 1, Индия — 2, Китай — 3, ЮАР — 4); EX_{jt} — экспорт из России в страну j ; IM_{jt} — импорт из России в страну j , u_{jt} , $t = 1, \dots, n$ — случайные возмущения; FT_t — полный уровень внешнеторгового оборота России. В качестве макроэкономических факторов, влияющих на эндогенные переменные модели, в результате статистического анализа были выбраны следующие: лаговые значения эндогенных переменных (FT_{jt-1} , $j = 1, \dots, 4$), лаговый уровень ВВП России (Y_{t-1}), лаговый уровень ВВП страны j (Y_{jt-1}), текущие цены на нефть марки *Brend Oil*, текущий прямой обменный курс американского доллара (D_t) и индикатор наличия пандемии в текущем периоде (P_t). Таким образом, в качестве прогнозируемых (эндогенных) переменных модели выбраны уровни внешнеторгового оборота каждой страны:

$$(FT_{1t}, FT_{2t}, FT_{3t}, FT_{4t}, FT_t), \quad (2)$$

а объясняющими (предопределенными) переменными являются

$$(FT_{1t-1}, FT_{2t-1}, FT_{3t-1}, FT_{4t-1}, Y_{t-1}, Y_{1t-1}, Y_{2t-1}, Y_{3t-1}, Y_{4t-1}, P_t, Oil_t, D_t). \quad (3)$$

Система поведенческих уравнений в (1) является системой независимых уравнений, в которых каждая эндогенная переменная из (2) рассматривается как функция одного набора регрессоров из (3) (за исключением незначимо влияющих на эндогенную переменную в данном уравнении), поэтому параметры модели (1) можно оценивать изолированно для каждого поведенческого уравнения отдельно. С учетом структуры вектора предопределенных переменных (3) поведенческие уравнения системы представляют собой авторегрессионные модели с распределенными лагами *ARDL* (1, 1) (*autoregressive distributed lags model*). В скобках указаны значения максимальных лагов эндогенных и экзогенных переменных модели. Параметры авторегрессионных моделей могут быть оценены методом наименьших квадратов (МНК), если выполнены два условия: устойчивость (для j -го уравнения это условие означает, что параметры $|a_{ji}| < 1$, $j = 1, \dots, 4$), и отсутствие автокорреляции возмущений.

Для построения прогнозов объемов торговли между странами БРИКС коэффициенты в модели (1) должны быть постоянными во времени, поэтому задачей настоящего исследования является анализ стабильности модели объемов взаимной торговли России с партнерами БРИКС и выбор способа корректировки влияния структурных изменений, связанных с санкциями, введенными западными странами, для повышения ее прогностических свойств.

Для построения модели (1) были использованы данные за период 2000–2022 гг. Данные таблиц, приведенные в работе [1], дополнены наблюдениями за 2021 и 2022 гг. Такой период был выбран по причине отсутствия доступа к более поздним данным. Уровни ВВП, характеризующие экономическое развитие стран БРИКС, представлены в *табл. 1* в текущих ценах (млрд долл. США), в *табл. 2* — внешнеторговый оборот России с членами БРИКС (FT_{jt} , млрд долл. США), цены на нефть марки *Brend* (Oil_t , в долл. за баррель), текущий прямой обменный курс американского доллара (D_t , цена американского долл. в руб.).

Для анализа устойчивости оценок параметров и проверки адекватности моделей были сформированы кумулятивные выборки на временном интервале 2000–2022 гг., представленные в *табл. 3*.

ЭМПИРИЧЕСКИЕ РЕЗУЛЬТАТЫ

Оценка и диагностика поведенческих уравнений модели (1) выполнены в программной среде *R* с использованием эконометрических пакетов [17]. Для проверки предпосылок моделей множественной линейной регрессии

Таблица 1 / Table 1

Уровни ВВП стран БРИКС / GDP Levels of BRICS Countries

t	Россия / Russia Y_t	Бразилия / Brazil Y_{1t}	Индия / India Y_{2t}	Китай / China Y_{3t}	ЮАР / South Africa Y_{4t}
2000	260	655	468	1211	136
2001	307	559	485	1339	122
2002	345	508	515	1471	115
2003	430	558	608	1660	175
2004	591	669	709	1955	229
2005	764	892	820	2286	258
2006	990	1108	940	2752	272
2007	1300	1397	1217	3550	299
2008	1661	1696	1199	4594	287
2009	1223	1667	1342	5102	296
2010	1525	2209	1676	6087	375
2011	2046	2616	1823	7552	416
2012	2208	2465	1828	8532	396
2013	2292	2473	1857	9570	367
2014	2059	2456	2039	10 476	351
2015	1363	1802	2104	11 062	318
2016	1277	1796	2295	11 233	296
2017	1574	2064	2651	12 310	350
2018	1657	1917	2701	13 895	368
2019	1687	1878	2871	14 280	351
2020	1483	1445	2623	14 723	302
2021	1840	1830	2700	15 800	357
2022	2270	1920	3420	16 300	360

Источник / Source: BRICS Joint Statistical Publication, 2020: Brazil, Russia, India, China, South Africa. M.: Rosstat; 2020. 226 p. BRICS Joint Statistical Publication, 2021: Brazil, Russia, India, China, South Africa. Government of India; 2021. 228 p. URL: <https://www.sbs-consulting.ru/upload/iblock/837/5e1wtc39kgsdg8ewq9o0iuyhk5vwcv14.pdf?ysclid=lwя4vao8de9574341910> (дата обращения: 10.10.2024).

$$Y_t = \beta_1 X_{1t} + \dots + \beta_i X_{it} + \dots + \beta_k X_{kt} + \varepsilon_t, \\ t = 1, 2, \dots, n, \quad (4)$$

с учетом особенностей тестируемых поведенческих уравнений (небольшой объем выборочных данных, включение лаговых эндогенных перемен-

ных в качестве регрессоров) были использованы следующие тесты¹: тест Голдфелда-Квандта (GQ) [18], тест Бреуша-Годфри (LM) [19], тест Рамсея (RESET) [20], тест Харке-Бера (JB) [21]. Поскольку экономические закономерности экспорта и импор-

¹ В скобках приведены обозначения статистик тестов.

Таблица 2 / Table 2

**Внешнеторговый оборот России с членами БРИКС /
Russia's Foreign Trade Turnover with BRICS Members**

t	Бразилия / Brazil, FT_{1t}	Индия / India, FT_{2t}	Китай / China, FT_{3t}	ЮАР / South Africa, FT_{4t}	Oil_t	D_t
2000	0,65	1,64	6,20	0,10	28,3	28,1
2001	1,11	1,67	7,24	0,08	24,4	29,2
2002	1,53	2,13	9,24	0,13	25	31,4
2003	1,74	3,32	11,57	0,12	28,9	30,7
2004	1,74	3,15	14,85	0,14	38,3	28,8
2005	2,95	3,10	20,31	0,17	54,4	28,3
2006	3,71	3,89	28,67	0,18	65,4	27,2
2007	5,24	4,34	39,57	0,28	72,7	25,6
2008	6,71	6,95	55,92	0,48	97,7	24,9
2009	4,59	7,46	39,53	0,52	61,9	31,7
2010	5,79	7,55	58,74	0,52	79,6	30,4
2011	6,48	7,43	82,73	0,58	111	29,4
2012	5,66	10,61	87,53	0,96	112	31,1
2013	5,48	10,07	88,80	1,07	108,8	31,9
2014	6,26	7,57	88,27	0,98	98,9	38,4
2015	4,85	6,81	63,53	0,86	52,4	61
2016	4,89	8,36	76,29	0,74	44,8	67
2017	5,90	10,22	98,62	0,85	55	58,4
2018	5,05	10,98	108,24	1,07	71,5	62,7
2019	4,61	11,23	111,46	1,11	64,6	64,7
2020	4,01	9,26	103,97	0,98	42	72,2
2021	7,3	12,0	145,7	1,036	70,68	73,89
2022	9,9	43,5	190,2	0,834	97,88	67,65

Источник / Source: BRICS Joint Statistical Publication, 2020: Brazil, Russia, India, China, South Africa. M.: Rosstat; 2020. 226 p. BRICS Joint Statistical Publication, 2021: Brazil, Russia, India, China, South Africa. Government of India; 2021. 228 p. URL: <https://www.sbs-consulting.ru/upload/iblock/837/5e1wtc39kgsdg8ewq9o0iuyhk5vwcv14.pdf?ysclid=lw4vao8de9574341910> (дата обращения: 10.10.2024).

**Интервалы формирования обучающей и контролирующей выборок /
Intervals for Forming Training and Control Samples**

Номер интервала / Interval number (N)	Число наблюдений / Number of Observations	Обучающая выборка / Training sample	Контролирующая выборка / Control sample
1	19	2000–2019 гг.	2020 г.
2	20	2000–2020 гг.	2021 г.
3	21	2000–2021 гг.	2022 г.

Источник / Source: составлено авторами / Compiled by the authors.

та стран — участниц БРИКС существенно различаются, из общего набора регрессоров (3), включенных в поведенческие уравнения системы, оставлены только статистически значимые. В табл. 4–6 приводятся результаты оценивания моделей товарооборота России с каждой из стран БРИКС по кумулятивным обучающим выборкам трех временных интервалов ($N = 1, 2, 3$), представленных в табл. 3. В верхнюю строку таблицы включены обозначения номера интервала исследования (N), предопределенных переменных регрессионного уравнения, значимо влияющих на товарооборот с j -й страной ($j = 1, 2, 3, 4$), скорректированного коэффициента детерминации (R_{adj}^2), стандартной ошибки модели (σ), F -статистики и статистик диагностических тестов. Под оценками параметров расположены их стандартные ошибки, под значениями статистик тестов — значения p -value.

Значимыми переменными, оказывающими влияние на товарооборот Бразилии и России, оказались: величина товарооборота в предыдущем году, текущее значение цены на нефть марки Бренд, текущее значение курса доллара (табл. 4).

Оценки параметров модели статистически значимы. Все предпосылки теоремы Гаусса-Маркова выполнены. Оценки параметров, полученные по выборочным данным первого и второго кумулятивных интервалов, практически совпадают и незначительно отличаются от оценок для третьего интервала, что говорит о стабильности модели. Коэффициент детерминации указывает на высокое качество модели, F -тест — на ее статистическую значимость.

Анализ модели товарооборота Индии с Россией представлен в табл. 5.

На текущий объем товарооборота Индии с Россией значимое влияние оказывают лаговое значение ВВП Индии и текущее значение курса доллара. Результаты оценивания на всех трех интервалах

показали значимость оценок параметров, значимость регрессии в целом, высокое качество модели и выполнение всех ее предпосылок. На третьем интервале наблюдений, включающим годы с 2000 по 2021, существенно изменилась константа, отражающая влияние факторов, связанных с макроэкономической нестабильностью.

Результаты статистического исследования величин товарооборота Китая и России сведены в табл. 6.

В величину товарооборота между Китаем и Россией существенное влияние внесли: лаговые значения ВВП Китая и России, текущее значение курса доллара, текущее значение цены на нефть и индекс пандемии. Стоит отметить, что модель статистически значима и высокого качества на всех интервалах исследования:

$$R_{adj1}^2 = 0,998, R_{adj2}^2 = 0,998, R_{adj3}^2 = 0,997.$$

Однако на третьем интервале наблюдается изменение оценок параметров и появление автокорреляции случайного возмущения.

Оценка модели внешней торговли ЮАР, основанной на экспорте полезных ископаемых и импорте оборудования и минерального топлива, приводится в табл. 7.

Из значений p -value, приведенных под оценками статистик диагностических тестов, видно, что все предпосылки теоремы Гаусса-Маркова для поведенческого уравнения выполнены. Модель статистически значима и высокого качества на всех интервалах исследования ($R_{adj1}^2 = 0,938, R_{adj2}^2 = 0,940, R_{adj3}^2 = 0,938$). Как и в моделях товарооборота России с Бразилией, Индией и Китаем, оценки параметров модели товарооборота России и ЮАР на третьем интервале изменились.

По оцененным поведенческим уравнениям были построены прогнозы объемов товарооборота для

Таблица 4 / Table 4

**Оценки параметров и результаты тестирования модели товарооборота России и Бразилии /
Estimates of Parameters and Testing Results of the Trade Turnover Model between Russia and Brazil**

<i>N</i>	FT_{1t-1}	Oil_t	D_t	R^2_{adj}	σ	<i>F</i>	<i>GQ</i>	<i>LM</i>	<i>RESET</i>	<i>JB</i>
1	0,362 0,157	0,035 0,008	0,016 0,009	0,978	0,719	237 0,000	4,358 0,128	0,521 0,471	1,324 0,268	1,360 0,507
2	0,363 0,153	0,035 0,008	0,015 0,009	0,978	0,700	299 0,000	2,026 0,256	0,674 0,412	1,531 0,234	1,349 0,510
3	0,206 0,167	0,040 0,008	0,026 0,009	0,976	0,823	299 0,000	3,900 0,105	1,679 0,195	0,090 0,768	2,247 0,325

Источник / Source: расчеты авторов / Authors' calculation.

Таблица 5 / Table 5

**Оценки параметров и результаты тестирования модели товарооборота России и Индии /
Estimates of Parameters and Testing Results of the Russia-India Trade Turnover Model**

<i>N</i>	<i>const</i>	Y_{2t-1}	D_t	P_t	R^2_{adj}	σ	<i>F</i>	<i>GQ</i>	<i>LM</i>	<i>RESET</i>	<i>JB</i>
1	2,319 0,623	0,005 0,001	-0,091 0,008	-1,000 1,054	0,915	0,922	65,590 0,000	2,949 0,263	0,011 0,917	0,001 0,999	0,721 0,698
2	2,409 0,659	0,006 0,001	-0,094 0,009	-1,042 0,903	0,918	0,974	60,090 0,000	5,582 0,726	0,123 0,412	1,531 0,234	1,248 0,536
3	1,912 0,635	0,005 0,001	-0,077 0,025	-1,600 0,904	0,898	1,038	59,970 0,000	5,317 0,101	0,642 0,423	0,016 0,902	1,067 0,587

Источник / Source: расчеты авторов / Authors' calculation.

Таблица 6 / Table 6

**Оценки параметров и результаты тестирования модели товарооборота России и Китая / Estimates
of Parameters and Testing Results of the Trade Turnover Model between Russia and China**

<i>N</i>	FT_{3t-1}	Y_{t-1}	Y_{3t-1}	D_t	Oil_t	P_t	<i>s</i>	<i>F</i>	<i>GQ</i>	<i>LM</i>	<i>RESET</i>	<i>JB</i>
1	0,305 0,162	-0,028 0,001	0,0090,001	-0,421 0,074	0,589 0,038	-8,0 4,15	3,1	1464 0,00	2,67 0,22	2,53 0,11	0,26 0,62	0,13 0,94
2	0,321 0,164	-0,027 0,005	0,009 0,001	-0,406 0,074	0,579 0,038	-5,5 3,64	3,2	1599 0,00	1,36 0,39	2,40 0,12	1,17 0,29	0,51 0,77
3	0,49 0,21	-0,036 0,005	0,008 0,001	-0,387 0,099	0,615 0,049	-12 4,29	4,3	1076 0,00	3,32 0,13	5,10 0,02	2,47 0,14	0,29 0,86

Источник / Source: расчеты авторов / Authors' calculation.

каждой из страны БРИКС с Россией для каждого исследуемого периода. В табл. 8 представлены результаты точечных и интервальных прогнозов²,

² *lwr* — нижняя граница доверительного интервала, *upr* — верхняя граница доверительного интервала.

используемых для проверки адекватности моделей. Для построения прогнозов объемов товарооборота России использовано тождество системы одновременных уравнений (1).

Из анализа результатов, представленных в табл. 8, следует, что значения объемов товарооборота стран

**Оценки параметров и результаты тестирования модели товарооборота России и ЮАР /
Estimates of Parameters and Testing Results of the Trade Turnover Model between Russia
and South Africa**

Const	Y_{4t-1}	Y_{t-1}	D_t	Oil_t	P_t	s	F	GQ	LM	$RESET$	JB
-0,486 0,115	-0,002 0,001	0,0010,000	0,017 0,004	0,009 0,003	0,17 0,11	0,1	55 0,00	6,91 0,07	0,98 0,32	2,03 0,18	0,99 0,61
-0,496 0,113	-0,002 0,001	0,0010,000	0,017 0,004	0,009 0,003	0,12 0,10	0,1	55 0,00	4,57 0,09	0,88 0,35	2,54 0,14	0,99 0,61
-0,442 0,106	-0,001 0,001	0,001 0,000	0,013 0,002	0,006 0,002	0,13 0,09	0,1	62 0,00	4,71 0,08	3,15 0,08	1,08 0,32	1,68 0,43

Источник / Source: расчеты авторов / Authors' calculation.

БРИКС в 2020 г. накрываются доверительными интервалами, оцененными по выборочным данным за 2000–2019 гг. Оцененные модели соответствуют выборочным данным при уровне значимости 5%. Интервальные оценки, построенные по прогнозам товарооборота на 2021 г. по обучающей выборке второго интервала (данные за 2000–2020 гг.) для Бразилии и Китая не включают истинные значения. Из моделей, оцененных по обучающей выборке третьего интервала (данные за 2000–2021 гг.), адекватной оказалась только модель товарооборота Китая с Россией, но, как показали данные ее диагностики (табл. 6), в ней присутствует автокорреляция. Максимальная ошибка прогноза объема товарооборота России с Индией — 32,06 млрд долл. Поэтому в качестве спецификации выбрана и оценена по данным 2000–2021 гг. лог-линейная модель:

$$\ln FT_{2t} = 0,859 + 0,001 \cdot Y_{2t} - 0,09 \cdot D_t + e_t, \quad R_{adj}^2 = 0,892, \quad F = 87,952. \quad (5)$$

(t) (7,418) (10,340) (-3,998) (0,209)

Обоснование выбора между линейной и лог-линейной моделями было выполнено при помощи метода Зарембки [22], замена спецификации позволила снизить ошибку прогноза (20,58 млрд долл.), однако интервальная оценка эндогенной переменной модели (5) для уровня значимости 5% ($fit = 22,92$, $lwr = 13,943$, $upr = 37,688$) также не накрывает значение величины товарооборота 2022 г. (43,5 млрд руб.). По-видимому, причина неадекватности лог-линейной модели кроется в структурных изменениях данных, связанных с влиянием геополитической ситуации.

ТЕСТИРОВАНИЕ СТРУКТУРНОГО СДВИГА

Объемы взаимной торговли России с Китаем и Индией в постпандемийный период резко возросли (см. рисунок).

Товарооборот Китая с Россией в 2022 г. по сравнению с 2021 г. вырос в 1,3 раза. По итогам 2023 г. он составил 240,11 млрд долл., что стало рекордным результатом. По сравнению с 2022 г. объем торговли между странами вырос на 26,3%. Об этом свидетельствуют обнародованные в январе 2024 г. данные Главного таможенного управления КНР. Россия и Индия нарастили товарооборот в 2023 г. до 65 млрд долл. Это в 1,5 раза больше объема товарооборота 2022 г. и в 5,4 раза — объема 2021 г. Рекордный рост товарооборота России и Индии за период 2022–2023 гг. объясняется ростом поставок энергоносителей из России на фоне сокращения их закупок странами ЕС, вызванного беспрецедентными санкциями западных стран [23, 24]. Линейные модели, используемые на интервалах 2000–2019 и 2000–2020 гг. (табл. 5, 6), не способны «ухватить» появившиеся нелинейные закономерности. Одним из подходов, разработанных для подобных случаев, являются модели с переключением режимов — модели временных рядов, характеризующиеся различным поведением на разных временных интервалах (модели с марковскими переключениями и модели структурных сдвигов) [25, 26]. Модели с марковскими переключениями используются для описания частых сдвигов, которые происходят в случайные моменты времени. В моделях структурных сдвигов — сдвиги редкие и полностью экзогенные, что более соответствует поведению исследуемых данных на постпандемийном периоде.

Таблица 8 / Table 8

**Точечные и интервальные прогнозы товарооборота России со странами БРИКС /
Point and Interval Forecasts of Trade Turnover between Russia and the BRICS Countries**

Обучающая выборка: 2000–2019 гг. Контролирующая выборка 2020 г. / Training sample: 2000–2019 Control sample 2020					
Страна / Country	Прогнозы / Forecasts	Истинные значения / True values	Ошибки прогнозов / Forecast errors	<i>lwr</i>	<i>upr</i>
Бразилия	4,260	4,01	–0,25	2,525	5,999
Индия	11,480	9,26	–2,22	8,688	14,272
Китай	98,502	103,97	5,47	88,687	108,318
ЮАР	1,089	0,98	–0,11	0,793	1,384
Россия	115,33	118,22	2,89		
Обучающая выборка: 2000–2020 гг. / Контролирующая выборка 2021 г. / Training sample: 2000–2020 Control sample 2021					
Страна / Country	Прогнозы / Forecasts	Истинные значения / True values	Ошибки прогнозов / Forecast errors	<i>lwr</i>	<i>upr</i>
Бразилия	5,014	7,3	2,286	3,300	6,729
Индия	9,876	12,00	2,124	7,390	12,362
Китай	129,778	145,70	15,922	120,369	139,188
ЮАР	1,244	1,04	–0,204	0,903	1,585
Россия	145,91	166,036	20,45		
Обучающая выборка: 2000–2021 гг. / Контролирующая выборка 2022 г. / Training sample: 2000–2021 Control sample 2022					
Страна / Country	Прогнозы / Forecasts	Истинные значения / True values	Ошибки прогнозов / Forecast errors	<i>lwr</i>	<i>upr</i>
Бразилия	7,21	9,9	2,69	5,496	8,638
Индия	11,44	43,50	32,06	9,003	13,880
Китай	173,35	190,20	16,85	155,521	191,182
ЮАР	1,252	0,84	–0,412	0,986	1,524
Россия	193,25	244,436	51,186		

Источник / Source: расчеты авторов / Authors' calculation.

Для тестирования статистической значимости структурных изменений применяется тест Чоу на структурный сдвиг (*Chow breakpoint test*). Статистика теста имеет распределение Фишера и вычисляется по формуле [27]:

$$F_{\text{Чоу}} = \frac{[ESS_0 - (ESS_1 + ESS_2)] / k}{(ESS_1 + ESS_2) / (n - 2k)} \sim F(k, n - 2k), \quad (6)$$

где k — число параметров модели; n — объем выборки; ESS_0 — сумма квадратов остатков модели, оцененной по выборке объемом n (всем выборочным данным); ESS_1 и ESS_2 — суммы квадратов остатков модели, оцененной по подвыборкам, которые формируются с учетом предположений о структурных изменениях. Объемы подвыборок — n_1 и n_2 , причем $n = n_1 + n_2$. Для формулировки нулевой и альтернативной гипотез теста запишем спецификацию модели множественной регрессии (4) для первой и второй подвыборок [28]:

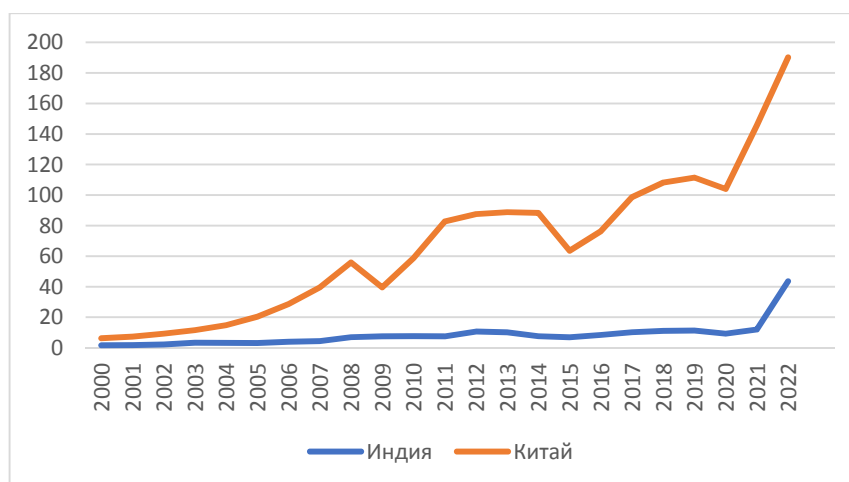


Рис. / Fig. Динамика объемов товарооборота России с Индией и Китаем за 2000–2022 гг., млрд долл. США / Dynamics of Trade Turnover Volumes between Russia and India and China in 2000–2022, Billion US Dollars

Источник / Source: составлено авторами по данным табл. 2 / Compiled by the authors according to Table 2.

$$Y_t = \beta'_1 X_{1t} + \dots + \beta'_i X_{it} + \dots + \beta'_k X_{kt} + \epsilon'_t, \quad (7)$$

$$Y_t = (\beta'_1 + \gamma_1) X_{1t} + \dots + (\beta'_i + \gamma_i) X_{it} + \dots + (\beta'_k + \gamma_k) X_{kt} + \epsilon''_t. \quad (8)$$

Таким образом, с учетом (7) и (8) нулевая и альтернативная гипотезы теста Чоу принимают вид:

$$H_0 : \gamma_1 = \gamma_2 = \dots = \gamma_k = 0, \quad H_1 : \gamma_1^2 + \gamma_2^2 + \dots + \gamma_k^2 > 0. \quad (9)$$

В случае, когда после структурных изменений недостаточно наблюдений для вычисления статистики (6), в работе [29] показано, что суммой квадратов остатков модели, оцененной по второй подвыборке, можно пренебречь, и таким образом статистика (6) теста Чоу трансформируется в статистику предсказательного теста Чоу:

$$F_{\text{Чоу}_f} = \frac{(ESS_0 - ESS_1) / (n - n_1)}{ESS_1 / (n_1 - k)} \sim F(n - n_1, n_1 - k). \quad (10)$$

Предсказательный тест Чоу (10) для модели оценки объемов взаимной торговли России с Китаем на интервале 2000–2022 гг. принимает значение

$$F_{\text{Чоу}_f} = 7,520 > F_\alpha = 3,806,$$

а для товарооборота с Индией

$$F_{\text{Чоу}_f} = 5,910 > F_\alpha = 3,190.$$

Таким образом, для уровня значимости $\alpha = 0,05$ структурные изменения в экономиках торгующих стран существенно повлияли на устойчивость оценок параметров их поведенческих уравнений.

ДВУХФАЗНАЯ ЛИНЕЙНАЯ МОДЕЛЬ

Статистическая значимость структурных изменений означает, что нулевая гипотеза (9) не принимается, и при переходе от первой части интервала наблюдений (до структурных изменений) ко второй (после структурных изменений) происходит изменение хотя бы одного параметра или некоторой их части. Если обозначить первые n_1 наблюдений из имеющихся данных Y , X как Y_1 , X_1 , а оставшиеся — Y_2 , X_2 ,

то система уравнений наблюдений регрессионной модели (4) в матричном виде, учитывающая структурные изменения, принимает вид³

$$\begin{bmatrix} Y_1 \\ Y_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X_1 & 0 \\ 0 & X_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \beta_1 \\ \beta_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \end{bmatrix}. \quad (11)$$

Спецификация вида (11) получила название двухфазной линейной регрессии (*two-phase linear regression model*), или линейной модели с переключением (*switching regression model*) [25]. Если изменяется константа и один или несколько коэффициентов наклона, но часть параметров остается неизменной, то матрица регрессоров в двухфазной линейной модели может включать следующие переменные:

$$X = \begin{bmatrix} i_{pre} & 0 & Z_{pre} & 0 & W_{pre} \\ 0 & i_{post} & 0 & Z_{post} & W_{post} \end{bmatrix},$$

где первые два столбца матрицы регрессоров X — фиктивные переменные, обозначающие периоды наблюдений до и после структурных изменений; Z — значения регрессоров, коэффициенты перед которыми меняются; W — значения регрессоров, коэффициенты перед которыми не меняются. Индексом *pre* обозначены значения переменных до структурных изменений, *post* — после.

При оценивании объема взаимной торговли России с Китаем по данным за 2000–2021 гг., принимая во внимание незначимость свободного члена в поведенческом уравнении, была использована матрица регрессоров вида:

$$X = \begin{bmatrix} Z_{pre} & 0 & W_{pre} \\ 0 & Z_{post} & W_{post} \end{bmatrix},$$

где

$$Z_{pre} = FT_{3t-1,pre}, \quad Z_{post} = FT_{3t-1,post}, \quad W_{pre} = (Y_{t-1}, Y_{3t-1}, D_t, Oil_t, P_t)_{t=pre},$$

$$W_{post} = (Y_{t-1}, Y_{3t-1}, D_t, Oil_t, P_t)_{t=post}.$$

Ниже приведены результаты оценивания двухфазной линейной регрессионной модели взаимной торговли России с Китаем по данным за 2000–2021 гг.

$$\begin{aligned} FT_{3t} = & \underset{(0,164)}{0,321} \cdot FT_{3t-1} \cdot d_{1t} + \underset{(0,158)}{0,474} \cdot FT_{3t-1} \cdot d_{2t} - \underset{(0,005)}{0,027} \cdot Y_{t-1} + \underset{(0,001)}{0,009} \cdot Y_{3t-1} - \\ & - \underset{(0,074)}{0,406} \cdot D_t + \underset{(0,038)}{0,579} \cdot Oil_t - \underset{(3,641)}{5,480} \cdot P_t + \underset{(3,164)}{e_t}, \quad R_{adj3}^2 = 0,892, \quad F = 87,952, \end{aligned} \quad (12)$$

где

$$d_{1t} = \begin{cases} 1 & \text{на интервале } [2000 - 2020] \\ 0 & \text{в } 2021 \text{ г.} \end{cases}, \quad d_{2t} = \begin{cases} 0 & \text{на интервале } [2000 - 2020] \\ 1 & \text{в } 2021 \text{ г.} \end{cases}$$

— фиктивные переменные (переключатель). Для двухфазной модели (12) выполнены все предпосылки: $GQ = 1,023$, $p\text{-value} = 0,513$; $LM\ test = 2,525$, $p\text{-value} = 0,112$; $RESET = 1,172$, $p\text{-value} = 0,299$; $X\text{-squared} = 0,395$, $p\text{-value} = 0,821$.

В табл. 9 представлены остатки модели (12), подтверждающие равенство нулю остатка на момент переключения, справедливое для двухфазных моделей⁴.

³ Грин У.Г. Эконометрический анализ. Учебник для студентов вузов. Кн. 1. Пер. с англ. Синельников С.С., Турунцева М.Ю., ред. М.: Издательский дом «Дело» РАНХиГС; 2016. 760 с.

⁴ Грин У.Г. Эконометрический анализ. Учебник для студентов вузов. Кн. 1. Пер. с англ. Синельников С.С., Турунцева М.Ю., ред. М.: Издательский дом «Дело» РАНХиГС; 2016. 760 с.

Остатки двухфазной модели / Residuals of the Two-Phase Model

t	1	2	3	4	5	6	7
e_t	-0,278	2,125	1,179	-1,798	-5,040	-3,351	2,182
t	8	9	10	11	12	13	14
e_t	1,918	4,718	2,075	1,134	0,057	-1,992	-1,143
t	15	16	17	18	19	20	21
e_t	-3,731	-0,252	4,762	-1,692	-2,569	2,569	0,000

Источник / Source: расчеты авторов / Authors' calculation.

Аналогичные исследования выполнены и при построении двухфазной модели взаимной торговли России с Индией:

$$\ln(FT_{2t}) = 0,903 + 0,001 \cdot Y_{2t} \cdot d_{1t} + 0,0011 \cdot Y_{2t} \cdot d_{2t} - 0,021 \cdot D_t + e_t,$$

(t) $(7,482)$ $(10,510)$ $(8,301)$ $(-4,201)$ $(0,207)$

$$R^2_{adj3} = 0,894, F = 60,266,$$

где

$$d_{1t} = \begin{cases} 1 & \text{на интервале [2000–2020],} \\ 0 & \text{в 2021 г.} \end{cases}, \quad d_{2t} = \begin{cases} 0 & \text{на интервале [2000–2020]} \\ 1 & \text{в 2021 г.} \end{cases}$$

Предпосылки модели выполнены: $GQ = 0,331$, $p\text{-value} = 0,916$; $LM\ test = 0,359$, $p\text{-value} = 0,549$; $RESET = 7,367$, $p\text{-value} = 0,02$; $X\text{-squared} = 0,711$, $p\text{-value} = 0,701$.

Прогнозы уровня внешнеторгового оборота России в зависимости от внешнеторгового оборота стран БРИКС, учитывающие влияние структурных изменений за период исследования, приведены в табл. 10.

Как показали эмпирические исследования на примере моделирования взаимной торговли России с членами БРИКС (см. табл. 8, 10), одним из преимуществ двухфазных моделей, при наличии структурных изменений за период исследования, является большая степень соответствия выборочным данным. Ошибка прогнозирования объемов взаимной торговли России с партнерами БРИКС на 2022 г. уменьшилась в 2,5 раза.

ВЫВОДЫ

В качестве базовой модели прогнозирования уровня внешнеторгового оборота России со странами БРИКС в работе была выбрана эконометрическая модель системы одновременных уравнений (СОУ). Поведенческие уравнения этой модели описывают текущие уровни внешнеторгового оборота каждой страны (отличной от России) в зависимости от текущих или лаговых значений ряда макроэкономических факторов, таких как ВВП, цена на нефть марки *Brend*, обменный курс американского доллара и индикатор наличия пандемии в текущем периоде. Независимость системы поведенческих уравнений позволила оценивать их изолированно для каждой страны. Для выбора формы спецификации регрессионных уравнений использовались стандартные t -тесты и F -тесты для вложенных моделей, а также тесты Рамсея и Зарембки — для невложенных. Проверка предпосылок моделей выполнялась при помощи тестов, реализованных в программной среде R.

Для анализа стабильности модели прогнозирования объемов взаимной торговли России с партнерами БРИКС выборочные данные за период исследования были разбиты на три кумулятивных интервала. Для каждого из интервалов по обучающей выборке построены поведенческие уравнения для всех стран

Таблица 10 / Table 10

**Прогноз товарооборота России с партнерами БРИКС на 2022 г. с учетом структурного сдвига /
Forecast of Russia's Trade Turnover with BRICS Partners for 2022 Taking Into Account
the Structural Shift**

Обучающая выборка: 2000–2021 гг. Контролирующая выборка 2022 г. / Training sample: 2000–2021 Control sample 2022					
Страна / Country	Прогнозы / Forecasts	Истинные значения / True values	Ошибки прогнозов / Forecast errors	<i>lwr</i>	<i>upr</i>
Бразилия	8,102	9,9	1,798	5,830	10,373
Индия	31,193	43,50	12,307	14,882	65,387
Китай	183,230	190,20	6,970	155,521	191,182
ЮАР	1,150	0,84	–0,310	0,813	1,486
Россия	223,675	244,436	20,765		

Источник / Source: расчеты авторов / Authors' calculation.

БРИКС (кроме России) и выполнена проверка их адекватности по данным контролирующей выборки. Следует отметить стабильный характер моделей на интервалах 2000–2019 и 2000–2020 гг. Оценки параметров менялись незначительно. Истинные значения объемов торговли накрывались доверительными интервалами. Интервалы 2000–2021 и 2000–2022 гг. характеризуются значимыми структурными изменениями, связанными с усилением санкционного давления со стороны западных стран. Для проверки статистической значимости влияния этих изменений на объемы торгов стран БРИКС с Россией в работе использован предсказательный тест Чоу, применяемый в случае недостаточности наблюдений в периоде после структурных изменений (одно, два наблюдения).

Предсказательный тест Чоу для модели оценки объемов взаимной торговли России и Китая, России и Индии на временном интервале 2000–2022 гг.

показал статистическую значимость структурных изменений. Россия и Индия нарастили товарооборот в 2022 г. до 43,5 млрд долл., Россия и Китай — до 190,2 млрд долл. Для моделирования структурных изменений в работе были использованы двухфазные модели, применяемые к отдельным поведенческим уравнениям СОУ. Такой подход позволил повысить точность прогноза объемов товарооборота РФ в 2,5 раза.

Как следует из результатов проведенного исследования, экономическая нестабильность может оказывать существенное влияние на устойчивость эконометрической модели (а следовательно — и на ее прогностические способности), поэтому в современных условиях (пандемии, санкционного давления) диагностический этап должен включать проверку значимости структурных изменений и при условии их значимости — корректировку.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Бывшев В. А., Воронкова Е. И., Голубева К. О., Гурьева В. Д., Федоров А. О. Эконометрическое моделирование объемов взаимной торговли России с партнерами БРИКС. *Современная математика и концепции инновационного математического образования*. 2022;9(1):120–130. DOI: 10.54965/24129895_2022_9_1_120
2. Шарова Е. А. Взаимная торговля стран БРИКС на современном этапе. *Проблемы национальной стратегии*. 2016;(2):150–174.
3. Мехта Н., Гупта С., Майтрас Ш. Влияние прямых иностранных инвестиций на производственный сектор: доказательства из индийской экономики. *Финансы: теория и практика*. 2023;27(1):116–126. (На англ.). DOI: 10.26794/2587–5671–2023–27–1–116–126
4. Tinbergen J. An analysis of world trade flows. In: *Shaping the world economy: Suggestions for an international economic policy*. Appendix VI. New York, NY: The Twentieth Century Fund; 1962:262–293. URL: <https://repub.eur.nl/pub/16826/Appendices.pdf>

5. Anderson J. A theoretical foundation for the gravity equation. *The American Economic Review*. 1979;69(1):106–116. URL: <https://people.brandeis.edu/~cerbil/TheoryOfGravity.pdf>
6. Троекурова И. С., Пелевина К. А. Гравитационные модели внешней торговли стран БРИКС. *Известия Саратовского университета. Новая Серия. Серия: Экономика. Управление. Право*. 2014;14(1–2):133–142.
7. Махов С. А. Динамическая модель внешней торговли стран БРИКС. *Препринты ИПМ им. М. В. Келдыша*. 2016;(128):1–16. DOI: 10.20948/prepr-2016–128
8. Bhat M. A., Jamal A., Beg M. N. Trade integration and export aspiration: Evidence from India's trade in goods with BRICS countries. *Organizations and Markets in Emerging Economies*. 2022;13(2):490–514. DOI: 10.15388/omee.2022.13.90
9. Pesaran M. H., Schuermann T., Smith L. V. Forecasting economic and financial variables with global VARs. *International Journal of Forecasting*. 2009;25(4):642–675. DOI: 10.1016/j.ijforecast.2009.08.007
10. Chaudhry A., Hyder K. A structural VAR analysis of Pakistan's textile export. *Middle East Journal of Scientific Research*. 2012;12(4):464–478. DOI: 10.5829/idosi.mejsr.2012.12.4.1635
11. Rani R., Kumar N. On the causal dynamics between economic growth, trade openness and gross capital formation: Evidence from BRICS countries. *Global Business Review*. 2019;20(3):795–812. DOI: 10.1177/0972150919837079
12. Banday U. J., Murugan S., Maryam J. Foreign direct investment, trade openness and economic growth in BRICS countries: Evidences from panel data. *Transnational Corporations Review*. 2021;13(2):211–221. DOI: 10.1080/19186444.2020.1851162
13. Абакумова Ю. Г., Павловская С. В. Матричное моделирование двусторонних торговых отношений стран. Векторы внешнеэкономической деятельности. Минск: Институт экономики НАН Беларуси; 2010:371–382.
14. Радионова М. В., Кулакова А. М. Моделирование взаимной торговли товарами между странами (на примере государств-членов Евразийского экономического союза в отраслевом разрезе). *Финансовая аналитика: проблемы и решения*. 2015;(34):41–54.
15. Rahman M. M., Islam M. E. Does trade openness affect taxation? Evidence from BRICS countries. *Millennial Asia*. 2023. DOI: 10.1177/09763996231199310
16. Constantin M., Sacală M.-D., Dinu M., Piştalu M. Vegetable trade flows and chain competitiveness linkage analysis based on spatial panel econometric modelling and Porter's Diamond Model. *Agronomy*. 2022;12(2):411. DOI: 10.3390/agronomy12020411
17. Kleiber C., Zeileis A. *Applied econometrics with R*. New York, NY: Springer-Verlag; 2008. 222 p.
18. Goldfeld S. M., Quandt R. E. Some tests for homoscedasticity. *Journal of the American Statistical Association*. 1965;60(310):539–547. DOI: 10.1080/01621459.1965.10480811
19. Breusch T. S. Testing for autocorrelation in dynamic linear models. *Australian Economic Papers*. 1978;17(31):334–355. DOI: 10.1111/j.1467–8454.1978.tb00635.x
20. Ramsey J. B. Test for specification errors in classical liner least-squares regression analysis. *Journal of the Royal Statistical Society: Series B (Methodological)*. 1969;31(2):350–371. DOI: 10.1111/j.2517–6161.1969.tb00796.x
21. Jarque C. M., Bera A. K. A test for normality of observations and regression residuals. *International Statistical Review*. 1987;55(2):163–172. DOI: 10.2307/1403192
22. Zarembka P. Functional form in the demand for money. *Journal of the American Statistical Association*. 1968;63(322):502–511. DOI: 10.1080/01621459.1968.11009269
23. Балыгин М. Г., Шайлиева М. М., Цыпин А. П. Статистический анализ экономического развития стран БРИКС. *Статистика и экономика*. 2020;17(2):18–28. DOI: 10.21686/2500–3925–2020–2–18–28
24. Ковалева Е. И., Растопчина Ю. Л., Божков Ю. Н., Брежнев А. Н. Оценка взаимной торговли России со странами БРИКС. *Индустриальная экономика*. 2023;(2):14–19. DOI: 10.47576/2949–1886_2023_2_14
25. Куан Ч.-М. Модели с марковскими переключениями. *Квантиль*. 2013;(11):13–39. URL: <http://www.quantile.ru/11/11-CK.pdf>
26. Hamilton J. D. Analysis of time series subject to changes in regime. *Journal of Econometrics*. 1990;45(1–2):39–70. DOI: 10.1016/0304–4076(90)90093–9
27. Chow G. C. Tests of equality between sets of coefficients in two linear regressions. *Econometrica*. 1960;28(3):591–605. DOI: 10.2307/1910133
28. Слуцкий Л. Н. Анализ стабильности модели линейной регрессии во времени. *Прикладная эконометрика*. 2007;(2):126–135.
29. Fisher F. M. Tests of equality between sets of coefficients in two linear regressions: An expository note. *Econometrica*. 1970;38(2):361–366. DOI: 10.2307/1913018

REFERENCES

1. Byvshev V.A., Voronkova E.I., Golubeva K.O., Gur'eva V.D., Fedorov A.O. Econometric modeling of the volume of Russia's mutual trade with the BRICS partners. *Sovremennaya matematika i kontseptsii innovatsionnogo matematicheskogo obrazovaniya*. 2022;9(1):120–130. (In Russ.). DOI: 10.54965/24129895_2022_9_1_120
2. Sharova E.A. Mutual trade between BRICS countries today. *Problemy natsional'noi strategii = National Strategy Issues*. 2016;(2):150–174. (In Russ.).
3. Mehta N., Gupta S., Maitra Sh. Impact of foreign direct investment on manufacturing sector: Evidence from Indian economy. *Finance: Theory and Practice*. 2023;27(1):116–126. DOI:10.26794/2587–5671–2023–27–1–116–126
4. Tinbergen J. An analysis of world trade flows. In: *Shaping the world economy: Suggestions for an international economic policy*. Appendix VI. New York, NY: The Twentieth Century Fund; 1962:262–293. URL: <https://repub.eur.nl/pub/16826/Appendices.pdf>
5. Anderson J. A theoretical foundation for the gravity equation. *The American Economic Review*. 1979;69(1):106–116. URL: <https://people.brandeis.edu/~cerbil/TheoryOfGravity.pdf>
6. Troekurova I.S., Pelevina K.A. Gravity models of foreign trade of BRICS countries. *Izvestiya Saratovskogo universiteta. Novaya Seriya. Seriya: Ekonomika. Upravlenie. Pravo = Izvestiya of Saratov University. New Series. Series: Economics. Management. Law*. 2014;14(1–2):133–142. (In Russ.).
7. Makhov S.A. BRICS trade dynamic model. *Preprinty IPM im. M. V. Keldysha = Keldysh Institute Preprints*. 2016;(128):1–16. (In Russ.). DOI: 10.20948/prepr-2016–128
8. Bhat M.A., Jamal A., Beg M.N. Trade integration and export aspiration: Evidence from India's trade in goods with BRICS countries. *Organizations and Markets in Emerging Economies*. 2022;13(2):490–514. DOI: 10.15388/omee.2022.13.90
9. Pesaran M.H., Schuermann T., Smith L.V. Forecasting economic and financial variables with global VARs. *International Journal of Forecasting*. 2009;25(4):642–675. DOI: 10.1016/j.ijforecast.2009.08.007
10. Chaudhry A., Hyder K. A structural VAR analysis of Pakistan's textile export. *Middle East Journal of Scientific Research*. 2012;12(4):464–478. DOI: 10.5829/idosi.mejsr.2012.12.4.1635
11. Rani R., Kumar N. On the causal dynamics between economic growth, trade openness and gross capital formation: Evidence from BRICS countries. *Global Business Review*. 2019;20(3):795–812. DOI: 10.1177/0972150919837079
12. Banday U.J., Murugan S., Maryam J. Foreign direct investment, trade openness and economic growth in BRICS countries: Evidences from panel data. *Transnational Corporations Review*. 2021;13(2):211–221. DOI: 10.1080/19186444.2020.1851162
13. Abakumova Yu.G., Pavlovskaya S.V. Matrix modeling of bilateral trade relations of countries. In: *Vectors of foreign economic activity*. Minsk: Institute of Economics of the National Academy of Sciences of Belarus; 2010:371–382. (In Russ.).
14. Radionova M.V., Kulakova A.M. Modeling of mutual commodity trade between countries (a case study of the Eurasian Economic Union member states per industry). *Finansovaya analitika: problemy i resheniya = Financial Analytics: Science and Experience*. 2015;(34):41–54. (In Russ.).
15. Rahman M.M., Islam M.E. Does trade openness affect taxation? Evidence from BRICS countries. *Millennial Asia*. 2023. DOI: 10.1177/09763996231199310
16. Constantin M., Sacală M.-D., Dinu M., Piştalu M. Vegetable trade flows and chain competitiveness linkage analysis based on spatial panel econometric modelling and Porter's Diamond Model. *Agronomy*. 2022;12(2):411. DOI: 10.3390/agronomy12020411
17. Kleiber C., Zeileis A. *Applied econometrics with R*. New York, NY: Springer-Verlag; 2008. 222 p.
18. Goldfeld S.M., Quandt R.E. Some tests for homoscedasticity. *Journal of the American Statistical Association*. 1965;60(310):539–547. DOI: 10.1080/01621459.1965.10480811
19. Breusch T.S. Testing for autocorrelation in dynamic linear models. *Australian Economic Papers*. 1978;17(31):334–355. DOI: 10.1111/j.1467–8454.1978.tb00635.x
20. Ramsey J.B. Test for specification errors in classical liner least-squares regression analysis. *Journal of the Royal Statistical Society: Series B (Methodological)*. 1969;31(2):350–371. DOI: 10.1111/j.2517–6161.1969.tb00796.x
21. Jarque C.M., Bera A.K. A test for normality of observations and regression residuals. *International Statistical Review*. 1987;55(2):163–172. DOI: 10.2307/1403192
22. Zarembka P. Functional form in the demand for money. *Journal of the American Statistical Association*. 1968;63(322):502–511. DOI: 10.1080/01621459.1968.11009269

23. Balyhin M. G., Shajlieva M. M., Tsylin A. P. Statistical analysis of the economic development of the BRICS countries. *Statistika i Ekonomika = Statistics and Economics*. 2020;17(2):18–28. (In Russ.). DOI: 10.21686/2500–3925–2020–2–18–28
24. Kovaleva E. I., Rastopchina Yu. L., Bozhkov Yu. N., Brezhnev A. N. Assessment of Russia's mutual trade with the BRICS countries. *Industrial'naya ekonomika = Industrial Economics*. 2023;(2):14–19. (In Russ.). DOI: 10.47576/2949–1886_2023_2_14
25. Kuan C.-M. Markov switching model. *Kvantil' = Quantile*. 2013;(11):13–39. URL: <http://www.quantile.ru/11/11-CK.pdf> (In Russ.).
26. Hamilton J. D. Analysis of time series subject to changes in regime. *Journal of Econometrics*. 1990;45(1–2):39–70. DOI: 10.1016/0304–4076(90)90093–9
27. Chow G. C. Tests of equality between sets of coefficients in two linear regressions. *Econometrica*. 1960;28(3):591–605. DOI: 10.2307/1910133
28. Slutskin L. Stability tests for linear regression models. *Prikladnaya ekonometrika = Applied Econometrics*. 2007;(2):126–135. (In Russ.).
29. Fisher F. M. Tests of equality between sets of coefficients in two linear regressions: An expository note. *Econometrica*. 1970;38(2):361–366. DOI: 10.2307/1913018

ИНФОРМАЦИЯ ОБ АВТОРАХ / ABOUT THE AUTHORS



Людмила Олеговна Бабешко — доктор экономических наук, профессор кафедры моделирования и системного анализа, Финансовый университет, Москва, Россия

Ludmila O. Babeshko — Dr. Sci. (Econ.), Prof., Department of Modeling and System Analysis, Financial University, Moscow, Russia

<https://orcid.org/0000-0002-7692-3894>

Автор для корреспонденции / Corresponding author:

LBabeshko@fa.ru



Виктор Алексеевич Бышев — доктор технических наук, профессор кафедры моделирования и системного анализа, Финансовый университет, Москва, Россия

Victor A. Byvshev — Dr. Sci. (Tech.), Prof., Department of Modeling and System Analysis, Financial University, Moscow, Russia

<https://orcid.org/0000-0002-8234-4936>

vbyvshev@fa.ru

Конфликт интересов: авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов.

Conflicts of Interest Statement: The authors have no conflicts of interest to declare.

Статья поступила в редакцию 07.11.2024; после рецензирования 18.11.2024; принята к публикации 26.11.2024.

Авторы прочитали и одобрили окончательный вариант рукописи.

The article was submitted on 07.11.2024; revised on 18.11.2024 and accepted for publication on 26.11.2024.

The authors read and approved the final version of the manuscript.