DOI: 10.26794/2587-5671-2018-22-4-6-17
УДК 338.27(045)
JEL C22, C43, O11

Использование методов гребневой регрессии при объединении прогнозов

А.А. Френкель,
Институт экономики Российской академии наук, Москва, Россия
http://orcid.org/0000-0002-6860-2118

Н.Н. Волкова,
Институт экономики Российской академии наук, Москва, Россия
http://orcid.org/0000-0001-7026-2856

А.А. Сурков,
Институт экономики Российской академии наук, Москва, Россия
http://orcid.org/0000-0002-2464-5853

Э.И. Романюк,
Институт экономики Российской академии наук, Москва, Россия
http://orcid.org/0000-0002-3178-6451

АННОТАЦИЯ

Прогнозирование экономических показателей с помощью временных рядов с использованием того или иного, но единственного метода приводит к тому, что вся информация, которая содержится в других методах прогнозирования, обычно отбрасывается. Игнорируемая информация может содержать сведения, позволяющие оценить другие стороны экономического процесса. Объединение прогнозов дает возможность использовать почти всю информацию, содержащуюся в частных прогнозах.

В работе оценивается эффективность использования метода регрессионного анализа, в частности гребневой регрессии для нахождения весовых коэффициентов при частных прогнозах в объединенном прогнозе. Проводится сравнение точности прогнозирования на основе гребневой регрессии с другими методами объединения прогнозов.

Цель работы — анализ наиболее распространенных методов объединения прогнозов — различных модификаций методов Грэйнджера–Раманатхана и сопоставление их с новым подходом объединения прогнозов на основе гребневой регрессии для использования его на практике.

Используются статистические методы прогнозирования временных рядов (метод гармонических весов, адаптивного экспоненциального сглаживания с использованием трэкинг-сигнала, метод обычного экспоненциального сглаживания и модель Бокса–Дженкинса), методика построения объединенных прогнозов, а также методы регрессионного анализа.

В результате построены объединенные прогнозы на основе годовых данных за период с 1950 по 2015 г. о производстве в РФ некоторых продуктов в натуральном выражении: стали, кокса металлургического, целлюлозы, фанеры, цемента. Использовались методы Грэнджер–Раманатхана (без ограничений и с ограничениями на сумму коэффициентов при частных прогнозах). Также исследование строилось на основе Δ-коэффициентов, полученных методом гребневой регрессии.

Прогнозы, построенные с использованием методов Грэнджера–Раманатхана, дают наибольшую точность объединенного прогноза. Метод, основанный на гребневой регрессии, менее точен, но лучше, чем частные прогнозы. В то же время предлагаемая методика расчета весовых коэффициентов на основе гребневой регрессии имеет достаточно хорошо разработанную механику расчетов и избавляет объединение от отрицательных весовых коэффициентов.

Ключевые слова: объединение прогнозов; временные ряды; методы прогнозирования временных рядов; методы Грэнджера–Раманатхана

Для цитирования: Френкель А.А., Волкова Н.Н., Сурков А.А., Романюк Э.И. Использование методов гребневой регрессии при объединении прогнозов. *Финансы: теория и практика.* 2018;22(4):6-17. DOI: 10.26794/2587-5671-2018-22-4-6-17

DOI: 10.26794/2587-5671-2018-22-4-6-17
UDC 338.27(045)
JEL C22, C43, O11

The Application of Ridge Regression Methods when Combining Forecasts

***A.A. Frenkel'*,**
Institute of Economics, Russian Academy of Sciences, Moscow, Russia
http://orcid.org/0000-0002-6860-2118

***N.N. Volkova*,**
Institute of Economics, Russian Academy of Sciences, Moscow, Russia
http://orcid.org/0000-0001-7026-2856

***A.A. Surkov*,**
Institute of Economics, Russian Academy of Sciences, Moscow, Russia
http://orcid.org/0000-0002-2464-5853

***E.I. Romanyuk*,**
Institute of Economics, Russian Academy of Sciences, Moscow, Russia
http://orcid.org/0000-0002-3178-6451

ABSTRACT

Forecasting of economic indicators with time series using one or another method or another but the only method leads to the situation that all the information contained in other forecasting methods is usually discarded. The information that is ignored may contain information that allows other features of the economic process to be assessed. Combining forecasts makes possible to take into account almost all the information contained in particular forecasts. In the article, we present the analysis of the application of the method of regression analysis, in particular, ridge regression for finding the weighting coefficients of the particular forecasts in the combined forecast. We compared the accuracy of prediction based on the ridge regression with other methods of combining predictions. The purpose of our research work was an analysis of the most common methods of combining forecasts — various modifications of Granger-Ramanathan methods and comparison with a new approach of combining forecasts based on the ridge regression for its use in practice. We used statistical methods of time series forecasting (the method of harmonic weights, adaptive exponential smoothing using a tracking signal, the method of simple exponential smoothing and the Box-Jenkins model), the method of constructing combined forecasts, as well as methods of regression analysis. As a result, we built the combined forecasts based on annual data for the period from 1950 to 2015 on the production in Russia of some products: steel, metallurgical coke, pulp, plywood, cement. We used the methods of Granger-Ramanathan (without restrictions and with restrictions on the sum of coefficients in partial predictions) and also the Δ-coefficients obtained by the ridge regression method. The forecasts constructed using the Granger-Ramanathan methods give the highest accuracy of the combined forecast. The method based on the ridge regression is less accurate, but better than the separate predictions. At the same time, the proposed method of calculating the weight coefficients on the basis of the ridge regression has a well-developed scheme of calculation and eliminates the negative weight coefficients in the combined forecast.

Keywords: combining forecasts; time series; time series forecasting methods; Granger-Ramanathan methods

For citation: Frenkel' A.A., Volkova N.N., Surkov A.A., Romanyuk E.I. The application of ridge regression methods when combining forecasts. *Finansy: teoriya i praktika = Finance: Theory and Practice*. 2018;22(4):6-17. DOI: 10.26794/2587-5671-2018-22-4-6-17

ВВЕДЕНИЕ

Целью данной статьи является анализ наиболее распространенных методов объединения прогнозов–Грэйнджера–Раманатхана (без ограничений и с ограничениями на сумму коэффициентов при индивидуальных прогнозах) [1, 2]. В статье предлагается новый подход практического использования этого метода. Работа является продолжением ранее начатого сравнительного анализа методов объединения прогнозов [3].

Суть построения объединенного прогноза заключается в нахождении весовых коэффициентов в линейной комбинации частных прогнозов:

$$F = \alpha_1 x_1 + \alpha_2 x_2 + \ldots + \alpha_j x_j + \ldots + \alpha_n x_n, \quad (1)$$

где F — значение объединенного прогноза;

x_j — прогнозы, полученные на основе разных методов прогнозирования;

α_j — веса, с которыми частные прогнозы входят в объединенный прогноз.

Различные подходы к построению модели (1) основываются на разных подходах к нахождению весовых коэффициентов при объединении прогнозов. Наиболее часто для решения практических задач (см., например, [4–6]) применяются методы Грейнджера–Раманатхана. В литературе рассматриваются несколько вариантов этих методов. Все варианты сводятся к поиску таких весовых коэффициентов для индивидуальных прогнозов, чтобы ошибка полученного объединенного прогноза была минимальной.

В этом случае задача построения весовых коэффициентов формально похожа на задачу линейной регрессии:

$$F = b_1 x_1 + b_2 x_2 + \ldots + b_j x_j + \ldots + b_n x_n, \quad (2)$$

где x_j — прогнозные значения, полученные по индивидуальным методам прогнозирования;

F — объединенный прогноз. Для нахождения коэффициентов b_j используется метод наименьших квадратов при минимизации суммы квадратов отклонений зависимой переменной от независимой.

Использование метода наименьших квадратов для целей построения весовых коэффициентов объединенного прогноза ранее было предложено Э.Б. Ершовым [7]. В работе содержались теоретические выкладки, но экспериментальная проверка так и не была проведена.

Проанализируем использование метода регрессионного анализа для построения объединенного прогноза и сравним его с методом Грейнджера–Раманатхана, в котором используются схожие принципы нахождения весовых коэффициентов.

МЕТОДЫ ГРЕЙДЖЕРА–РАМАНАТХАНА (ГР.-Р.)

Существуют несколько разновидностей методов Грейнджера–Раманатхана. Сущность первого метода заключается в отсутствии каких-либо ограничений на весовые коэффициенты. Второй метод предполагает наличие ограничения на сумму весов, которая должна быть равна единице. Третий метод включает постоянный коэффициент в формулу объединенного прогноза. Более подробно методы Грейнджера–Раманатхана описаны в их статье [1]. Вкратце рассмотрим эти методы.

Первый метод. Пусть $F\alpha$ — объединенный прогноз, где α — вектор весовых коэффициентов индивидуальных прогнозов; F — матрица значений индивидуальных прогнозов. При этом ошибка прогноза будет иметь вид:

$$e = x - F\alpha, \quad (3)$$

где x — вектор фактических значений прогнозируемого показателя.

Для определения α необходимо минимизировать сумму квадратов ошибок прогнозов:

$$\left(x - F\alpha\right)^T \left(x - F\alpha\right). \quad (4)$$

После проведения необходимых преобразований весовые коэффициенты вычисляются по формуле (5):

$$\alpha = \left(F^T F\right)^{-1} F^T x. \quad (5)$$

Такой подход к получению весовых коэффициентов дает возможность определить более точные индивидуальные прогнозы и задать им бо́льшие весовые коэффициенты [3].

Следует обратить внимание, что часть из них может принимать отрицательные значения. Отрицательные весовые коэффициенты появляются в случаях, когда один из частных методов прогнозирования является переоцененным по точности и индивидуальный прогноз, построенный по данному методу, имеет весовой коэффициент в объединении больше единицы. В случае если один из коэффициентов превышает единицу, то необходима корректировка весов для выполнения ограничения на сумму весовых коэффициентов, что достигается через отрицательные весовые коэффициенты.

При введении же дополнительного ограничения на сумму весовых коэффициентов, как во **втором методе Грейнджера–Раманатхана** (6), логично интерпретировать весовые коэффициенты как долю, с которой частный прогноз входит в объединенный.

$$l^T \beta = 1, \tag{6}$$

где l — единичная вектор-строка, а β играет роль вектора весовых коэффициентов.

При этом поиск весовых коэффициентов заключается в минимизации другого выражения (7):

$$min\left(x - F\beta\right)^T \left(x - F\beta\right) + 2\lambda_B \left(l^T \beta - 1\right), \tag{7}$$

где λ_B — множитель Лагранжа (8):

$$\lambda_B = \frac{l^T \alpha - 1}{l^T \left(F^T F\right)^{-1} l}. \tag{8}$$

Отсюда вектор весовых коэффициентов определяется по формуле (9):

$$\beta = \left(F^T F\right)^{-1} F^T x - \lambda_B \left(F^T F\right)^{-1}. \tag{9}$$

Этот метод является достаточно распространенным, однако часто дает отрицательные коэффициенты при индивидуальных прогнозах, входящих в объединение, и, соответственно, значение некоторых весов, превышающее единицу.

Отрицательные коэффициенты при объединении прогнозов возникают как реакция на ограничение, накладываемое на сумму весовых коэффициентов. Однако отрицательные коэффициенты противоречат трактовке весовых коэффициентов в объединенном прогнозе как доле информации, с которой частные прогнозы входят в объединенный. В этом случае логично ввести дополнительное ограничение на их неотрицательность. Такое исследование было проведено авторами [8]. В уравнении (1) между индивидуальными прогнозами имеется мультиколлинеарность. Для ее устранения используется гребневая регрессия, которая в ряде случаев позволяет избежать отрицательности весов при объединении прогнозов. Метод гребневой регрессии для определения весовых коэффициентов в объединении прогнозов обсуждается в иностранной литературе [9, 10]. Но так как коэффициенты в гребневой регрессии не будут давать в сумме единицу, то целесообразно использовать при объединении прогнозов непосредственно δ-коэффициенты, которые характеризуют доли переменных в регрессионном уравнении.

ГРЕБНЕВАЯ РЕГРЕССИЯ

Как указывалось выше, метод Грейнджера–Раманатхана формально близок к поиску коэффициентов линейной многомерной регрессионной модели (1). В обоих случаях для поиска параметров модели используется минимизация суммы квадратов отклонений точек временного ряда от прогнозных значений. Это обстоятельство позволяет применять методы регрессионного анализа для получения весовых коэффициентов объединенного прогноза.

В случае же объединения прогнозов роль независимых переменных выполняют значения, полученные в результате прогнозирования временного ряда различными методами. В связи с этим они сильно коррелируют с исходным рядом, а также между собой. Вследствие этого возникает мультиколлинеарность между независимыми переменными линейной регрессионной модели.

Для ликвидации мультиколлинеарности можно использовать метод гребневой регрессии (Ridge regression), разработанный А. Хоэрлом и Р. Кеннардом [11, 12], основанный на модификации метода наименьших квадратов. Данный подход позволяет оценивать параметры регрессии в условиях мультиколлинеарности с меньшими среднеквадратическими ошибками[1].

Определение параметров модели гребневой регрессии осуществляется по следующей формуле:

$$B\left(K\right) = \left(X'X + K\right)^{-1} X'Y, \tag{10}$$

где $B(K)$ — вектор-столбец гребневых оценок;

Y — вектор-столбец зависимой переменной;

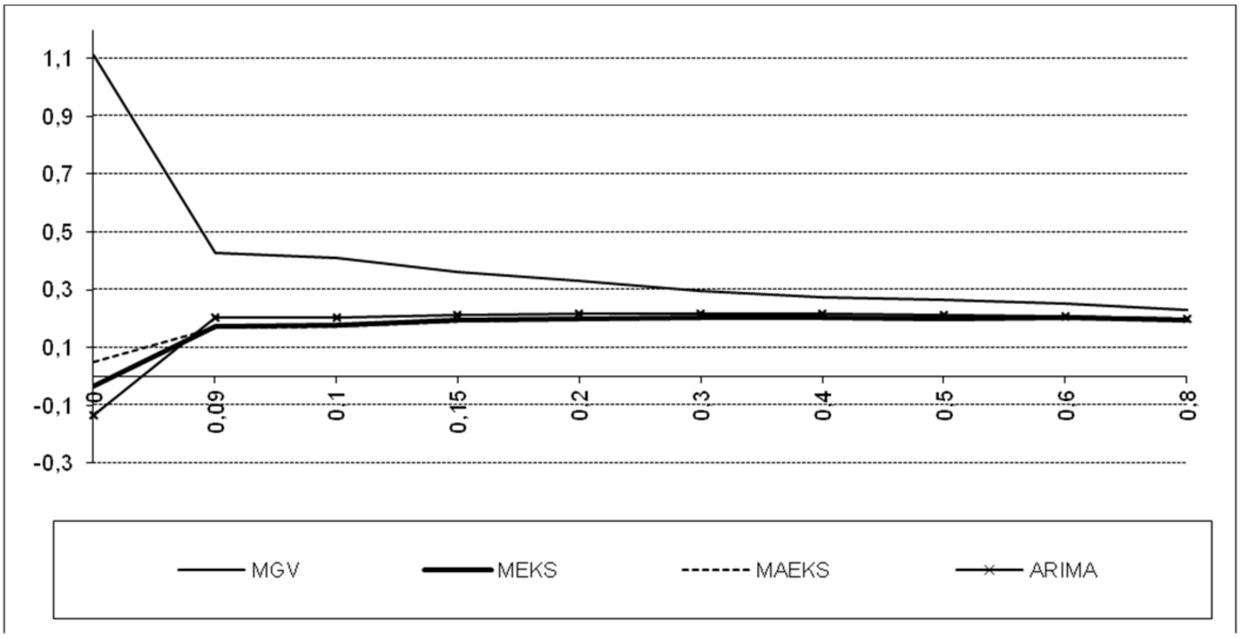
X — матрица независимых переменных;

K — неотрицательная определенная диагональная матрица.

Для определения матрицы K используются различные методы гребневой регрессии. В работе был использован метод «следа гребневой матрицы», описанный в статье А. Хоэрла и Р. Кеннарда [12]. Суть этого метода состоит в том, что берется несколько значений k (обычно не более 10–15 значений), для каждого из которых рассчитываются оценки стандартизированных коэффициентов регрессии. По полученной матрице строится график изменения величины коэффициентов в зависимости от значения k. Этот график называется «след гребневой матрицы».

Система достигает стабильности при таких значениях k, с увеличением которых знак коэф-

[1] Более подробно гребневая регрессия описывается в работе [14].



Гребневые линии оценок коэффициентов регрессии / Ridged lines of estimates of regression coefficients

Источник / Source: расчеты авторов / authors' calculations.

фициентов не изменяется [13]. При $k = 0$ оценки соответствуют коэффициентам обычной регрессии, полученным по методу наименьших квадратов.

Для исследования возможностей применения гребневой регрессии для оценки параметров объединения прогнозов сравним точность объединенного прогноза, полученного с использованием гребневой регрессии, с методом Грейнджера–Раманатхана без ограничений, а также с частными прогнозами, используемыми в работе для построения объединенного прогноза.

СРАВНИТЕЛЬНЫЙ АНАЛИЗ МЕТОДОВ ОБЪЕДИНЕНИЯ ПРОГНОЗОВ

Сравнение будем проводить на основе временных рядов производства ряда продуктов в натуральном выражении за период с 1950 по 2017 г.:

- производство стали, млн т;
- производство кокса металлургического, млн т;
- производство целлюлозы, млн т;
- производство фанеры, млн т;
- производство цемента, млн т.

Выбор данных показателей обусловлен двумя соображениями. Во-первых, они отражают различные стороны промышленного производства, а во-вторых, в их динамике происходили менее значительные колебания в этом периоде по сравнению с другими показателями.

Для получения частных прогнозов в работе использовались следующие методы прогнозирования временных рядов: метод гармонических весов (далее MGV), метод адаптивного экспоненциального сглаживания с использованием трэкинг-сигнала (MAEKS), метод обычного экспоненциального сглаживания (MEKS) и модель Бокса–Дженкинса (ARIMA). Для нахождения весовых коэффициентов при объединении прогнозов была использована гребневая регрессия.

Рассмотрим процесс нахождения весовых коэффициентов с использованием гребневой регрессии на примере производства стали.

В качестве независимых переменных рассматривались прогнозы, полученные на основе вышеперечисленных индивидуальных методов прогнозирования. А в качестве зависимой переменной использовался объединенный прогноз. Так как каждая из независимых переменных является моделью прогнозирования одного и того же исходного временного ряда, то наверняка между ними будет мультиколлинеарность. Для определения мультиколлинеарности использовался метод Феррара и Глобера [15]. Для проверки гипотезы о наличии мультиколлинеарности применялся критерий χ^2. Для производства стали расчетное значение критерия χ^2 было равно 927,362. Табличное значение показателя — 87,108, т.е. гипотеза о наличии мультиколлинеарности не отвергается.

При построении регрессионной модели по рассматриваемым методам прогнозирования было выявлено, что все коэффициенты регрессии оказались значимыми. Оценка значимости коэффициентов регрессии проводилась на основании t-критерия Стьюдента. Расчетные значения крите-

Таблица 1 / Table 1

Матрица гребневых оценок β-коэффициентов / The matrix of ridge estimates of β-coefficients

Переменные / Variable	Значение *k* / *k*-values									
	0,00	**0,09**	**0,10**	**0,15**	**0,20**	**0,30**	**0,40**	**0,50**	**0,60**	**0,80**
MGV	1,111	0,427	0,411	0,360	0,330	0,295	0,274	0,267	0,251	0,231
MEKS	–0,031	0,173	0,178	0,193	0,200	0,206	0,206	0,201	0,203	0,197
MAEKS	0,049	0,169	0,174	0,190	0,198	0,204	0,205	0,204	0,202	0,196
ARIMA	–0,132	0,202	0,205	0,214	0,217	0,217	0,215	0,213	0,209	0,201
Сумма квадратов β-коэффициентов / Sum of squares of β-coefficients	1,255	0,281	0,273	0,248	0,235	0,218	0,206	0,199	0,189	0,171
Сумма дисперсий β-коэффициентов / The sum of the variances of the β-coefficients	0,381	0,245	0,240	0,220	0,211	0,181	0,165	0,154	0,141	0,130
Остаточная дисперсия / Residual variance	0,001	0,017	0,017	0,020	0,023	0,027	0,031	0,034	0,039	0,052
Коэффициент множественной детерминации / The coefficient of multiple determination	0,999	0,933	0,928	0,905	0,883	0,842	0,804	0,768	0,742	0,675

Источник / Source: расчеты авторов / authors' calculations.

риев даны в *табл. 2* (при этом табличное значение *t*-критерия Стьюдента для всех рядов равно 1,996).

Для производства стали была построена обычная регрессионная модель:

$$F = -0{,}179 + 1{,}114x_1 - \\ - 0{,}028x_2 + 0{,}044x_3 - 0{,}128x_4. \qquad (11)$$

Эта модель (11) является адекватной, так как значение *F*-критерия Фишера равно 984,1 при табличном значении 5,82 (для 5%-ного уровня значимости). Коэффициент множественной детерминации равен 0,998, что говорит о высокой тесноте связи индивидуальных прогнозов с объединенным прогнозом. При этом определитель корреляционной матрицы $|R|$ = 0,7E-77 практически не отличается от нуля. Следовательно, оценки коэффициентов регрессии, полученные методом наименьших квадратов, будут завышенными и неустойчивыми.

В связи с наличием мультиколлинеарности для нахождения весовых коэффициентов объединенного прогноза была использована модель гребневой регрессии. Для получения гребневых оценок были рассчитаны десять регрессий для различных *k*. При этом *k* = 0 соответствует случаю оценки коэффициентов регрессии при помощи простого метода наименьших квадратов [коэффициенты при обычной регрессионной модели (11)]. В *табл. 1* приведены результаты расчетов оценок β-коэффициентов[2] гребневой регрессии для временного ряда производства стали (млн т), а на *рисунке* динамика оценок гребневой регрессии для различных значений *k*.

На графике по горизонтали отложены значения *k*, а по вертикали значения β-коэффициентов. Каждая кривая показывает изменения значений коэффициентов регрессии в зависимости от величины *k*.

Обращают на себя внимание отрицательные коэффициенты при x_1 (прогнозы, полученные ме-

[2] β-коэффициенты показывают, на какую часть величины среднего квадратичного отклонения изменяется зависимая переменная с изменением независимой переменной на одно среднее квадратичное отклонение при фиксированных остальных переменных. β-коэффициенты не зависят от размерности переменной.

Таблица 2 / Table 2

Оценки Δ-коэффициентов гребневой регрессии / Estimates of Δ-coefficients of ridge regression

Переменная / Variable	MGV	MEKS	MAEKS	ARIMA	Коэффициент множественной детерминации / The coefficient of multiple determination
Производство стали / Steel production	0,445	0,176	0,172	0,207	0,933
Производство кокса металлургического / Production of metallurgical coke	0,464	0,173	0,156	0,208	0,928
Производство целлюлозы / Pulp production	0,447	0,178	0,177	0,198	0,932
Производство фанеры / Plywood production	0,399	0,192	0,186	0,223	0,939
Производство цемента / Cement production	0,410	0,170	0,169	0,251	0,938

Источник / Source: расчеты авторов / authors' calculations.

тодом MEKS) и x_3 (прогнозы, полученные методом ARIMA) при $k = 0$. Как было отмечено ранее при построении регрессионного уравнения, это противоречит выдвинутой гипотезе о положительности весовых коэффициентов при объединении индивидуальных прогнозов.

Изменение знаков при β-коэффициентах произошло при $k = 0{,}09$. При этом сумма дисперсий β-коэффициентов уменьшилась с 0,381 при $k = 0$ до 0,245 при $k = 0{,}09$. При дальнейшем увеличении k коэффициенты при переменных меняются незначительно. Незначительно меняются и остаточная дисперсия уравнения, и коэффициент множественной детерминации.

Таким образом, при $k = 0{,}09$ и соответствующих β-коэффициентах было получено следующее регрессионное уравнение:

$$F = 4,235 + 0,427x_1 + \\ + 0,158x_2 + 0,152x_3 + 0,196x_4. \quad (12)$$

Но коэффициенты гребневой регрессии не всегда могут подойти для того, чтобы их использовать в качестве весовых коэффициентов в объединении прогнозов. Для уравнения гребневой регрессии производства стали сумма весов равняется 0,933, что означает невыполнение ограничения на сумму весовых коэффициентов. Сумма весов должна быть равна единице. По этой причине в качестве весовых коэффициентов необходимо использовать Δ-коэффициенты, которые определяются как

$$\Delta = \frac{D_i}{\sum_{i=1}^{n} D_i}, \quad (13)$$

где D_i — i-е слагаемое коэффициента множественной детерминации.

Δ — коэффициент характеризует долю независимых переменных в регрессионном уравнении. Это полностью совпадает с определением весовых коэффициентов как доли индивидуальных прогнозов в объединенном прогнозе. В практических задачах, при корректном анализе, Δ-коэффициенты всегда положительные.

На основании проведенного анализа и расчета Δ-коэффициентов гребневой регрессии было определено уравнение для объединения прогнозов следующего вида:

$$F = 0,445x_1 + 0,176x_2 + 0,172x_3 + 0,207x_4. \quad (14)$$

Таблица 3 / Table 3

Статистические характеристики отклонений прогнозных данных от фактических, производство стали, млн т / Statistical characteristics of the deviations of the forecast data from the actual steel production, million tons

Метод прогноза / Forecasting method	Среднее квадратическое отклонение / Standard deviation (SD)	Средняя абсолютная ошибка / Mean absolute error	Средняя относительная ошибка, % / Mean relative error
MAEKS	4,95	3,24	6,57
MEKS	4,69	2,95	5,88
MGV	2,57	2,53	4,54
ARIMA	3,90	2,43	4,64
Метод Гр.-Р. без ограничений / Granger-Ramanathan methods without constraints	1,96	0,61	1,05
Регрессия с Δ-коэффициентами / Regression with Δ-coefficients	2,60	1,67	3,15

Источник / Source: расчеты авторов / authors' calculations.

Таблица 4 / Table 4

Статистические характеристики отклонений прогнозных данных от фактических, производство кокса металлургического, млн т / Statistical characteristics of deviations of forecast data from actual production of metallurgical coke, million tons

Метод прогноза / Forecasting method	Среднее квадратическое отклонение / Standard deviation (SD)	Средняя абсолютная ошибка / Mean absolute error	Средняя относительная ошибка, % / Mean relative error
MAEKS	2,05	1,38	5,38
MEKS	2,00	1,27	4,93
MGV	1,98	1,12	3,10
ARIMA	1,55	1,21	3,78
Метод Гр.-Р. без ограничений / Granger-Ramanathan methods without constraints	0,42	0,25	0,88
Регрессия с Δ-коэффициентами / Regression with Δ-coefficients	0,78	0,53	1,89

Источник / Source: расчеты авторов / authors' calculations.

Положительные весовые коэффициенты в сумме дают единицу.

При построении уравнений гребневой регрессии было определено, что для всех используемых временных рядов оптимальным является значение $k = 0{,}09$. На основании этого значения и рассчитывались Δ-коэффициенты для объединения прогнозов (*табл. 2*).

Как следует из *табл. 2,* большинство весовых коэффициентов при индивидуальных прогнозах, полученных методом гребневой регрессии, значимы (табличное значение при 10%-ном уровне значимости $t = 1{,}668$).

В качестве проверки точности полученных прогнозов использовалась средняя относительная

Таблица 5 / Table 5

Статистические характеристики отклонений прогнозных данных от фактических, производство целлюлозы, млн т / Statistical characteristics of deviations of the forecast data from the actual pulp production, million tons

Метод прогноза / Forecasting method	Среднее квадратическое отклонение / Standard deviation (SD)	Средняя абсолютная ошибка / Mean absolute error	Средняя относительная ошибка, % / Mean relative error
MAEKS	0,50	0,32	7,45
MEKS	0,51	0,32	7,16
MGV	0,32	0,25	2,31
ARIMA	0,45	0,26	5,17
Метод Гр.-Р. без ограничений / Granger-Ramanathan methods without constraints	0,09	0,05	1,14
Регрессия с Δ-коэффициентами / Regression with Δ-coefficients	0,29	0,18	3,72

Источник / Source: расчеты авторов / authors' calculations.

Таблица 6 / Table 6

Статистические характеристики отклонений прогнозных данных от фактических, производство фанеры, млн т / Statistical characteristics of deviations of forecast data from actual plywood production, million tons

Метод прогноза / Forecasting method	Среднее квадратическое отклонение / Standard deviation (SD)	Средняя абсолютная ошибка / Mean absolute error	Средняя относительная ошибка, % / Mean relative error
MAEKS	0,16	0,09	5,14
MEKS	0,14	0,09	5,54
MGV	0,10	0,07	2,89
ARIMA	0,13	0,08	4,72
Метод Гр.-Р. без ограничений / Granger-Ramanathan methods without constraints	0,03	0,02	0,88
Регрессия с Δ-коэффициентами / Regression with Δ-coefficients	0,09	0,05	3,01

Источник / Source: расчеты авторов / authors' calculations.

Таблица 7 / Table 7

Статистические характеристики отклонений прогнозных данных от фактических, производство цемента, млн т / Statistical characteristics of deviations of forecast data from actual cement production, million tons

Метод прогноза / Forecasting method	Среднее квадратическое отклонение / Standard deviation (SD)	Средняя абсолютная ошибка / Mean absolute error	Средняя относительная ошибка, % / Mean relative error
MAEKS	5,99	4,29	13,42
MEKS	4,76	2,96	6,64
MGV	4,05	2,46	3,93
ARIMA	3,30	2,41	5,05
Метод Гр.-Р. без ограничений / Granger-Ramanathan methods without constraints	0,56	0,36	0,77
Регрессия с Δ-коэффициентами / Regression with Δ-coefficients	2,40	1,51	3,22

Источник / Source: расчеты авторов / authors' calculations.

ошибка как наиболее приемлемый способ оценки точности прогнозирования. Кроме нее, использовались средняя абсолютная ошибка и среднеквадратическое отклонение прогнозных значений от фактических. Результаты проверки точности приведены в *табл. 3–7*.

Проанализируем результаты расчетов (*табл. 3–7*). Во всех рассмотренных нами случаях прогноз на основе метода MGV дает наилучшие результаты среди всех частных прогнозов.

Результаты объединенного прогноза по методу Грейнджера–Раманатхана более точные, чем у индивидуальных прогнозов. Причем, даже в случаях, когда индивидуальные прогнозы имеют достаточно большую среднюю относительную ошибку (например, производство цемента или производство целлюлозы), ошибка объединенного прогноза по методу Грейнджера–Раманатхана имеет значение, значительно меньшее, чем у индивидуальных прогнозов.

Объединение прогнозов на основе метода гребневой регрессии приводит к результатам, которые хуже, чем результаты, полученные по методам Грейнджера–Раманатхана. Однако и при этом методе объединения прогнозов точность объединенного прогноза оказывается лучше, чем точность прогнозов, полученная различными методами.

Прогнозы, построенные с использованием методов Грэнджера–Раманатхана, дают наибольшую точность объединенного прогноза. В то же время предлагаемая методика расчета весовых коэффициентов на основе гребневой регрессии имеет достаточно хорошо разработанную механику расчетов и избавляет объединение от отрицательных весовых коэффициентов. При этом данная методика дает более точные результаты, чем при использовании отдельных методов прогнозирования.

БЛАГОДАРНОСТЬ

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ, номер проекта № 16–06–00183.

ACKNOWLEDGEMENTS

The research was performed with the financial support RFBR, the project number No. 16–06–00183.

СПИСОК ИСТОЧНИКОВ

1. Granger C. W.J., Ramanathan R. Improved methods of combining forecasts. *Journal of Forecasting*. 1984;3(2):197–204. DOI: 10.1002/for.3980030207
2. Stock J. H., Watson M. W. Combination forecasts of output growth in a seven-country data set. *Journal of Forecasting*. 2004;23(6):405–430. DOI: 10.1002/for.928
3. Френкель А. А., Волкова Н. Н., Сурков А. А., Романюк Э. И. Сравнительный анализ методов построения объединенного прогноза. *Вопросы статистики*. 2017;(7):17–27.
4. Holden K., Peel D. A. An empirical investigation of combinations of economic forecasts. *Journal of Forecasting*. 1986;5(4):229–242. DOI: 10.1002/for.3980050404
5. Holden K., Peel D. A., Thomson J. L. Economic forecasting: An introduction. Cambridge, New York: Cambridge University Press; 1990. 213 p.
6. Mills T. C., Stepherson M. J. Forecasting contemporaneous aggregates and the combination of forecasts: The case of the U.K. monetary aggregates. *Journal of Forecasting*. 1985;4(3):273–281. DOI: 10.1002/for.3980040304
7. Ершов Э. Б. Об одном методе объединения частных прогнозов. Статистический анализ экономических временных рядов и прогнозирование: Ученые записки по статистике. Т. XXII–XXIII. М.: Наука; 1973:87–105.
8. Френкель А. А., Волкова Н. Н., Сурков А. А., Романюк Э. И. Пошаговая модификация метода объединения прогнозов Гренджера–Раманатхана. *Вопросы статистики*. 2018;25(6):16–24.
9. Lee T.-H. Combining forecasts with many predictors. In: Advances in economic forecasting. Kalamazoo, MI: W. E. Upjohn Institute for Employment Research; 2011:149–172. DOI: 10.17848/9780880993937.ch7
10. Exterkate P., Groenen P. J.F., Heij C., van Dijk D. Nonlinear forecasting with many predictors using kernel ridge regression. *International Journal of Forecasting*. 2016;32(3):736–753. DOI: 10.1016/j.ijforecast.2015.11.017
11. Hoerl A. E. Application of ridge analysis to regression problems. *Chemical Engineering Progress*. 1962;58(3):54–59.
12. Hoerl A. E., Kennard R. W. Ridge regression: Aplications to nonorthogonal problems. *Technometrics*. 1970;12(1):69–82. DOI: 10.2307/1267352
13. Френкель А. А., Волкова Н. Н., Сергиенко Я. В. Количественная оценка влияния внешнеэкономической деятельности на динамику промышленного производства. *Вопросы статистики*. 2014;(11):60–67.
14. Френкель А. А., Райская Н. Н. Применение гребневой регрессии в статистическом моделировании. *Экономика и математические методы*. 1985;21(4):715–725.
15. Ferrar D. E., Glauber F. R. Multicollineary in regression analysis: The problem revisited. *The Review Economics and Statistics*. 1967;49(1):91–107. DOI: 10.2307/1937887

REFERENCES

1. Granger C. W.J., Ramanathan R. Improved methods of combining forecasts. *Journal of Forecasting*. 1984;3(2):197–204. DOI: 10.1002/for.3980030207
2. Stock J. H., Watson M. W. Combination forecasts of output growth in a seven-country data set. *Journal of Forecasting*. 2004;23(6):405–430. DOI: 10.1002/for.928
3. Frenkel A. A., Volkova N. N., Surkov A. A., Romanyuk E. I. Comparative analysis of methods for constructing a combined forecast. *Voprosy statistiki*. 2017;(7): 17–27). (In Russ.).
4. Holden K., Peel D. A. An empirical investigation of combinations of economic forecasts. *Journal of Forecasting*. 1986;5(4):229–242. DOI: 10.1002/for.3980050404
5. Holden K., Peel D. A., Thomson J. L. Economic forecasting: An introduction. Cambridge, New York: Cambridge University Press; 1990. 213 p.
6. Mills T. C., Stepherson M. J. Forecasting contemporaneous aggregates and the combination of forecasts: The case of the U.K. monetary aggregates. *Journal of Forecasting*. 1985;4(3):273–281. DOI: 10.1002/for.3980040304
7. Ershov E. B. About one method of combining private forecasts. In: Statistical analysis of economic time series and forecasting: Scientific notes on statistics. Vol. XXII–XXIII. Moscow: Nauka; 1973:87–105. (In Russ.).

8. Frenkel A.A., Volkova N.N., Surkov A.A., Romanyuk E.I. Step-by-step combining of individual forecasts based on the Granger-Ramanathan method. *Voprosy statistiki*. 2018;25(6):16–24. (In Russ.).
9. Lee T.-H. Combining forecasts with many predictors. In: Advances in economic forecasting. Kalamazoo, MI: W.E. Upjohn Institute for Employment Research; 2011:149–172. DOI: 10.17848/9780880993937.ch7
10. Exterkate P., Groenen P.J.F., Heij C., van Dijk D. Nonlinear forecasting with many predictors using kernel ridge regression. *International Journal of Forecasting*. 2016;32(3):736–753. DOI: 10.1016/j.ijforecast.2015.11.017
11. Hoerl A.E. Application of ridge analysis to regression problems. *Chemical Engineering Progress*. 1962;58(3):54–59.
12. Hoerl A.E., Kennard R.W. Ridge regression: Aplications to nonorthogonal problems. *Technometrics*. 1970;12(1):69–82. DOI: 10.2307/1267352
13. Frenkel A.A., Volkova N.N., Sergienko Ya.V. Quantitative assessment of the impact of foreign economic activity on the dynamics of industrial production. *Voprosy statistiki*. 2014;(11):60–68. (In Russ.).
14. Frenkel A.A., Raiskaya N.N. Application of comb regression in statistical modeling. *Ekonomika i matematicheskie metody = Economics and Mathematical Methods*. 1985;21(4):715–725. (In Russ.).
15. Ferrar D.E., Glauber F.R. Multicollineary in regression analysis: The problem revisited. *The Review Economics and Statistics*. 1967;49(1):91–107. DOI: 10.2307/1937887

ИНФОРМАЦИЯ ОБ АВТОРАХ

Александр Адольфович Френкель — доктор экономических наук, профессор, главный научный сотрудник, Институт экономики РАН, Москва, Россия
ie_901@inecon.ru
Наталия Николаевна Волкова — кандидат экономических наук, ведущий научный сотрудник, Институт экономики РАН, Москва, Россия
volkova@inecon.ru
Антон Александрович Сурков — аспирант, Финансовый университет; младший научный сотрудник, Институт экономики РАН, Москва, Россия
surkoff@inbox.ru
Эвелина Игоревна Романюк — научный сотрудник, Институт экономики РАН, Москва, Россия
romvel57@yandex.ru

ABOUT THE AUTHORS

Aleksandr A. Frenkel' — Dr. Sci. (Econ.), Professor, Chief Researcher, Institute of Economics, RAS, Moscow, Russia
ie_901@inecon.ru
Nataliya N. Volkova — Cand. Sci. (Econ.), Leading Researcher, Institute of Economics, RAS, Moscow, Russia
volkova@inecon.ru
Anton A. Surkov — post-graduate student, Financial University; Junior Researcher, Institute of Economics, RAS, Moscow, Russia
surkoff@inbox.ru
Evelina I. Romanyuk — Researcher, Institute of Economics, RAS, Moscow, Russia
romvel57@yandex.ru